

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2 \operatorname{sen} x^2 + 3 \operatorname{sen} y^2}{\sqrt{3x^2 + 2y^2}} + 5x^2 y^3 & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ Allora
- 1.A f non è continua in $(0, 0)$. 5 ammette entrambe le derivate parziali in $(0, 0)$. **1.B**
 1.C f è superiormente limitata. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Sia $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0 \right\}$. Allora, $\iint_A \left[2xy^3 + \ln \left(1 + \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \right) + |xy| \operatorname{sen}(x^2 y) \right] dx dy =$
- 2.A $3(2 \ln 2 - 1)\pi$ (ln 4 - 1) π **2.B**
 2.C $5\pi \ln 4$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{1}{x-2} + \sqrt{y^2 + 2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$ Allora:
- 3.A $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$. φ è decrescente. **3.B**
 3.C I è superiormente limitato. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = e^{-t} \operatorname{sen} t - x \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Allora:
- 4.A φ è iniettiva. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
 4.C $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = +\infty$. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \varphi(t)$ non esiste. **4.D**

5. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^3 + 3x^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(x + 2y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile in $(0, 0) \iff \alpha < 2$.
 (2) $\alpha < 2 \Rightarrow f$ è continua su \mathbf{R}^2 .

- 5.A Solo la seconda. Solo la prima. **5.B**
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **5.D**

6. Dato uno spazio metrico (X, d) sia $\delta: X \times X \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $\delta(x, y) = \min\{\pi, d(x, y)\}$. Allora:
- 6.A Se (X, d) è completo, anche (X, δ) è completo. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**
 6.C d e δ sono distanze equivalenti su X . Se A è limitato in (X, δ) , allora è limitato in (X, d) . **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C A C D B A