

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 2

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

--	--	--	--	--	--

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $x = \varphi(t)$ la soluzione massimale di $\begin{cases} \dot{x} = \sin t + t \sin(8x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Allora necessariamente

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$\ddot{\varphi}(0) = 8$ **1.B**

1.C $\ddot{\varphi}(0) = 1$

$\ddot{\varphi}(0) = 0$ **1.D**

2. Dati gli insiemi $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y < 0, x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$,

sia $f: A \cup B \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 2xy \exp\left(\frac{2y^2}{x^2+y^2}\right) & \text{se } (x, y) \in A, \\ x^3|y| + y^2 \sinh x & \text{se } (x, y) \in B. \end{cases}$ Allora $\iint_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

2.A $5e^2/3$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**

2.C $5(e^2 - 1)/3$

$15(e^2 - 1)/8$ **2.D**

3. Siano (X, d) uno spazio metrico ed A un sottoinsieme di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Se $\overline{A} \subseteq \mathring{A} \Rightarrow A$ è vuoto

(2) A compatto $\Rightarrow A \supseteq \overline{A}$

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. **3.B**

3.C Solo la seconda.

Entrambe. **3.D**

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 3|x-y|(x+y) & \text{se } x \geq y-1 \\ \frac{x^2 y^2}{3(x^2+y^2)} & \text{se } x < y-1. \end{cases}$ Allora:

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

f è differenziabile in $(0, 1)$. **4.B**

4.C f è differenziabile in $(1, 1)$.

f è differenziabile in $(0, 0)$. **4.D**

5. Sia $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$ tale che $\nabla f(1, 2, 3) = 0$ e $H_f(1, 2, 3) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$. Allora è necessariamente vero che:

5.A $(1, 2, 3)$ è punto di minimo locale per f .

$(1, 2, 3)$ non è punto di massimo locale per f . **5.B**

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$(1, 2, 3)$ è punto di sella per f . **5.D**

6. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$ Allora:
- 6.A $\varphi(\pi) = -\pi + 2e^\pi$. 6.B $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = -\infty$.
- 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 2$.

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C D C D B A