

**Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 6**

Matricola: 

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:      1            2            3            4            5            6            7            8            9

Risposta:      

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. La successione di funzioni  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = 3^{-\sqrt{nx^2}} \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{nx}{\log_3(e + |x|)} \right)$  converge

- 1.A uniformemente su  $\mathbf{R}$   
 1.B uniformemente su qualunque intervallo reale limitato  
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  
 1.D puntualmente ma non uniformemente su  $[0, +\infty[$ .

2. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 - \operatorname{sen}(x^4 + y^2)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .  
 (2)  $f$  è derivabile su tutto  $\mathbf{R}^2$ .

- 2.A Solo la prima. Entrambe.    **2.B**  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda.    **2.D**

3. Siano  $(X, d_X)$  e  $(Y, d_Y)$  due spazi metrici,  $f: X \rightarrow Y$  una funzione continua su  $X$  ed  $x: \mathbf{N} \rightarrow X$  una successione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $(Y, d_Y)$  è completo ed  $x$  è di Cauchy, allora esiste il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ .  
 (2) Se  $(X, d_X)$  è completo ed  $x$  è di Cauchy, allora esiste il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ .

- 3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **3.B**  
 3.C Entrambe. Solo la seconda.    **3.D**

4. Sia  $A$  il quadrilatero di vertici  $(0, 2)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(0, -2)$  e  $(-3, 0)$ . Allora  $\int \int_A (3y - 2x)^2 e^{3y+2x+2} dx dy =$   
 4.A  $-6e^8(e^6 - 1)$   $12(e^8 - e^{-4})$     **4.B**  
 4.C  $6e^8(e^{12} - 1)$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **4.D**

5. Sia  $f(x, y) = (1 + 4x^2 - \sin x)y + e^{4y} = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f(x, y) = 0$  definisce implicitamente un'unica funzione  $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$   
 (2)  $f(x, y) = 0$  definisce implicitamente un'unica funzione  $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  e  $\varphi > 0$

5.A Solo la 2

Entrambe 5.B

5.C Solo la 1

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{x^2+4} \\ x(0) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi$  è concava.  
 (2)  $\varphi$  ammette un asintoto orizzontale a  $+\infty$ .

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. 6.B

6.C Solo la seconda.

Entrambe. 6.D

7. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 - 2$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette uno ed un solo punto di sella.  
 (2)  $f$  ammette esattamente 2 punti di minimo locale.

7.A Entrambe.

Solo la seconda. 7.B

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. 7.D

8. Sia  $f$  la funzione reale, definita e continua su tutto  $\mathbf{R}^2$ , tale che  $f(x, y) = x^2 \sin(1/x) + y^2 \sin(1/y)$  per  $x \neq 0$  e  $y \neq 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .  
 (2)  $f$  soddisfa alle ipotesi del Teorema del Differenziale Totale in un intorno di  $(0, 0)$ .

8.A Entrambe

Solo la seconda 8.B

8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima 8.D

9. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -y - f(x) \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \text{dove } f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 0 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

e sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  una sua soluzione massimale. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

9.A  $I$  è un sottoinsieme proprio di  $\mathbf{R}$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$ . 9.B

9.C  $\lim_{x \rightarrow 3-} \varphi(x) = 3e^{-2} + e^{-3}$ .

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

|            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| Compito A: | D | B | D | B | C | A | A | D | B |   |