

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3+3y^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(2x + y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile in $(0, 0) \iff \alpha < 2$.
 (2) $\alpha < 2 \Rightarrow f$ è continua su \mathbf{R}^2 .

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **1.B**
 1.C Solo la prima. Solo la seconda. **1.D**

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = 2x^4 y - e^{3x-y}$. L'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente una funzione $\varphi: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$, con $y = \varphi(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, \varphi(x) < 0$. (2) $x = 0$ è asintoto verticale per φ

2.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**
 2.C Solo la prima. Solo la seconda. **2.D**

3. Sia $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0 \right\}$. Allora, $\iint_A \left[2xy^3 + \ln \left(1 + \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \right) + |xy| \operatorname{sen}(x^2 y) \right] dx dy =$

3.A $3(2 \ln 2 - 1)\pi$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**
 3.C $(\ln 4 - 1)\pi$ $5\pi \ln 4$ **3.D**

4. Sono dati i vettori $u = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ e $v = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ ed una funzione $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che $D_u f(6, 5) = 3$ e $D_v f(6, 5) = 4$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\|\nabla f(6, 5)\| = 5$.
 (2) $\partial_x f(6, 5) = 7/\sqrt{2}$.

- 4.A Entrambe. Solo la seconda. **4.B**
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **4.D**
5. Dato uno spazio metrico (X, d) sia $\delta: X \times X \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $\delta(x, y) = \min\{\sqrt{2}, d(x, y)\}$. Allora:
- 5.A Se (X, d) è completo, anche (X, δ) è completo. d e δ sono distanze equivalenti su X . **5.B**
 5.C Se A è limitato in (X, δ) , allora è limitato in (X, d) . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**
6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{5 \operatorname{sen} x^2 + 3 \operatorname{sen} y^2}{\sqrt{5x^2 + 2y^2}} + 2x^2y^3 & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ Allora
- 6.A f non è continua in $(0, 0)$. f ammette entrambe le derivate parziali in $(0, 0)$. **6.B**
 6.C f è superiormente limitata. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.D**
7. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{1}{x-1} + \sqrt{y^2 + 2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$ Allora:
- 7.A φ è decrescente. I è superiormente limitato. **7.B**
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$. **7.D**
8. Sia $f_n(x) = \frac{4^{n-3}x + \cos x}{1 + (n-3)^2 4^{n-3}x^2}$ con $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 4$. Allora:
- 8.A f_n converge uniformemente su \mathbf{R} .
 8.B f_n converge puntualmente su \mathbf{R} ad una funzione pari.
 8.C f_n converge puntualmente su \mathbf{R} ad una funzione derivabile su \mathbf{R} .
 8.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
9. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = e^{-t} \operatorname{sen} t - x \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Allora:
- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t)$ non esiste. **9.B**
 9.C $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = 0$. φ è iniettiva. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	D	A	A	A	C	B	B	C	