

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = (-1)^n \exp\left(-\frac{x^2+1}{n^3}\right) \chi_{[n-1, n]}(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge uniformemente su ogni sottoinsieme chiuso di \mathbf{R} .
 (2) f_n converge puntualmente su \mathbf{R} .

- 1.A Solo la prima. Solo la seconda. 1.B
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.D

2. Sia \mathcal{P} la parabola con asse parallelo all'asse x , vertice $V(1, 0)$ e passante per $A(2, 1)$. Sia \mathcal{T} la regione limitata di piano compresa tra \mathcal{P} e la retta di equazione $x = 2$. Allora

$$\int \int_{\mathcal{T}} (5xy^2 + e^x y^3 + x^4 \sin y) \, dx \, dy =$$

- 2.A 16/5 16/7 2.B
 2.C 3/5 Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.D

3. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = x^2(2x + y^2 - 1)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette esattamente 2 punti di sella.
 (2) f non ammette punti di minimo relativo.

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 3.B
 3.C Solo la prima. Solo la seconda. 3.D

4. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale di $\begin{cases} y' - y \cos x = e^{\sin x} \ln x \\ y(e) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\inf I = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x) = 0$.
 (2) $\sup I = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$.

- 4.A Entrambe. Solo la seconda. **4.B**
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **4.D**

5. Siano $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0 \text{ e } y \in [-\sqrt{x}, \arctan x]\}$ e $f(x, y) = \begin{cases} \sin x \cos y + \sinh x & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus \Omega \end{cases}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile parzialmente in $(0, 0)$.
 (2) f non è differenziabile in $(0, 0)$.

- 5.A Solo la prima. Solo la seconda. **5.B**
 5.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Sia (X, d) uno spazio metrico, siano A, B sottoinsiemi non vuoti di X e sia x un elemento di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se x è di accumulazione per A e per B , allora $A \cap B \neq \emptyset$.
 (2) Se x è di accumulazione per A e $B \subseteq A$ allora x è di accumulazione per B .

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **6.B**
 6.C Entrambe. Solo la seconda. **6.D**

7. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} |x - y^2| |y|^\alpha & \text{se } y \neq 0, \\ 0 & \text{se } y = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall x_0 \in \mathbf{R}, f$ è differenziabile in $(x_0, 0) \iff \alpha > 1$.
 (2) f è differenziabile in $(0, 0) \iff \alpha > 0$.

- 7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **7.B**
 7.C Entrambe. Solo la seconda. **7.D**

8. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x) = \begin{cases} |4x - 2| & \text{se } x > 2 \\ \sin(3|x| + 2) & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(2) = -1 \end{cases}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è sublineare.
 (2) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

- 8.A Solo la prima. Entrambe. **8.B**
 8.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.D**

9. Si vuole riscrivere l'equazione $3x^{51} + \sinh(y + x^2 + y^2) + \ln(e + x^2 + y^2) = 1$ in forma equivalente come $y = \varphi(x)$ in un intorno di $(0, 0)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Il Teorema della Funzione Implicita assicura che ciò è possibile.
 (2) $x = 0$ è punto di flesso per φ .

- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **9.B**
 9.C Solo la seconda. Entrambe. **9.D**

A.A. 25/26 - Scritto n. 4 **A.1**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	B	C	A	B	A	D	B	B	