

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 2

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $x = \varphi(t)$ la soluzione massimale di $\begin{cases} \dot{x} = \sin t + t \sin(6x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Allora necessariamente

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$\ddot{\varphi}(0) = 6$ **1.B**

1.C $\ddot{\varphi}(0) = 1$

$\ddot{\varphi}(0) = 0$ **1.D**

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f ammette derivata direzionale $D_v f$ in $(0, 0)$ lungo qualunque versore v .

(2) f è continua in $(0, 0)$.

2.A Solo la prima.

Entrambe. **2.B**

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. **2.D**

3. Siano (X, d) uno spazio metrico ed A un sottoinsieme di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Se $\overline{A} = \emptyset \Rightarrow \overset{\circ}{A}$ è vuoto

(2) Se $\overline{A} \subseteq \overset{\circ}{A} \Rightarrow A$ è vuoto

3.A Solo la seconda.

Entrambe. **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. **3.D**

4. Fissato $\alpha \in \mathbf{R}$, al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n(x) = \varphi(x n^{-2\alpha})$ dove $\varphi(x) = \arctan(2x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\alpha < 0 \Rightarrow f_n$ converge puntualmente su $\mathbf{R}$ ad una funzione continua su $\mathbf{R}$.

(2) $\alpha \geq 0 \Rightarrow f_n$ converge uniformemente su $[1, 100]$.

- 4.A Solo la seconda. Entrambe. **4.B**
 4.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.D**

5. Sia $F(x, y) = 4x^2 + y^2 - 4xy - \ln(1 + x^2)$. Sia $y = \varphi(x)$ definita implicitamente da $F(x, y) = 0$ in un intorno di $(0, 0)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ non è unica.
 (2) φ è derivabile in 0 e $\varphi'(0) = 0$

- 5.A Entrambe. Solo la prima. **5.B**
 5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 3|x - y|(x + y) & \text{se } x \geq y - 1 \\ \frac{x^2 y^2}{3(x^2 + y^2)} & \text{se } x < y - 1. \end{cases}$ Allora:

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. f è differenziabile in $(0, 1)$. **6.B**
 6.C f è differenziabile in $(1, 1)$. f è differenziabile in $(0, 0)$. **6.D**

7. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$ Allora:

- 7.A $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 2$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = +\infty$. **7.B**
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $\varphi(\pi) = \pi + 2e^\pi$. **7.D**

8. Sia $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^3; \mathbf{R})$ tale che $\nabla f(1, 2, 3) = 0$ e $H_f(1, 2, 3) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 7 \\ 0 & 7 & 7 \end{bmatrix}$. Allora è necessariamente vero che:

- 8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $(1, 2, 3)$ è punto di sella per f . **8.B**
 8.C $(1, 2, 3)$ non è punto di massimo locale per f . $(1, 2, 3)$ è punto di minimo locale per f . **8.D**

9. Dati gli insiemi $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y < 0, x^2 + y^2 \in [1, 4]\}$, sia $f: A \cup B \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} xy \exp\left(\frac{2y^2}{x^2 + y^2}\right) & \text{se } (x, y) \in A, \\ x^3|y| + y^2 \sinh x & \text{se } (x, y) \in B. \end{cases}$ Allora $\iint_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

- 9.A $5e^2/6$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **9.B**
 9.C $5(e^2 - 1)/6$ $15(e^2 - 1)/16$ **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: C B D A B D B C D