

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Fisica e Matematica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 25/26 - Scritto n. 1

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da

$$f_\alpha(x, y) = \begin{cases} (y + \alpha)(2x^2 + 3y^2)^{-\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

1.A $\alpha > 1/2 \Rightarrow f_\alpha$ derivabile in $(0, 0)$.

1.B $\alpha < -1/2 \Rightarrow f_\alpha$ differenziabile su \mathbf{R}^2 .

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

1.D f_α derivabile in $(0, 0) \Rightarrow \alpha < 0$.

2. Si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (3x^2 + 4y^2 + 1)e^{2y}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette un unico punto di sella.
 (2) f ammette almeno un punto di massimo assoluto ed un punto di minimo assoluto.

2.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.B

2.C Entrambe.

Solo la prima. 2.D

3. Siano $f \in \mathbf{C}^0(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ e $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^{10} + y^{10} \leq \pi\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f(C)$ è un intervallo chiuso
 (2) $f(C)$ è un insieme limitato

3.A Solo la seconda

Solo la prima 3.B

3.C Entrambe

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.D

4. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{n x^2}{4} + \frac{1}{n} & |x| \leq 2/n; \\ |x| & |x| > 2/n; \end{cases}$$

e sia f , ove definita, la funzione limite puntuale.

4.A Su $[-2, 2]$, le f_n convergono solo puntualmente.

4.C f è definita e di classe \mathbf{C}^0 su \mathbf{R} .

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**

f ammette 3 punti di discontinuità. **4.D**

5. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y' - (2y + 1)x = e^{x^2} \\ y(0) = 1/2. \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $I = \mathbf{R}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$.
(2) φ è dispari ed è limitata inferiormente.

5.A Solo la prima.

5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. **5.B**

Entrambe. **5.D**

6. Sia $f: A \rightarrow \mathbf{R}$, con $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |xy^2| \leq 1\}$ definita da $f(x, y) = \frac{\arcsen(xy^2)}{2x^2 + 3y^2}$ se $(x, y) \in A \setminus \{(0, 0)\}$ e $f(0, 0) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette entrambe le derivate parziali in $(0, 0)$.
(2) f è differenziabile su A .

6.A Entrambe.

6.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**

Solo la prima. **6.D**

7. L'equazione $4x + \ln(1 + \sin y) = 0$ definisce un'unica funzione $y = y(x)$ in un intorno di $(0, 0)$ ed inoltre

7.A $y(x) = -4x - 4x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.B**

7.C $y(x) = -4x + 8x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$

$y(x) = -4x - 8x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$ **7.D**

8. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (e^y - 1)|1 - y| \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono sodisfatte.
(2) Se $\alpha \in]0, 1[\Rightarrow$ la soluzione massimale del problema di Cauchy è definta su \mathbf{R} .

8.A Solo la seconda.

8.C Solo la prima.

Entrambe. **8.B**

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.D**

9. Sia $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq (|y| - 1)^2, |y| < 1\}$. Allora, $\int \int_{\mathcal{D}} (2 \cos y \operatorname{tg} x + 3|y|) dx dy =$

9.A $\pi/3$

9.C $1/3$

1 **9.B**

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **9.D**

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B D C C A D C B B