

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} |y + 2|^\alpha + \frac{x}{3+x^2} & y \neq -2, \\ 0 & y = -2. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f_\alpha \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}) \Rightarrow \alpha > 0.$

(2) $\alpha > 0 \Rightarrow f_\alpha \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}).$

1.A Solo la prima.

Entrambe. 1.B

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. 1.D

2. Siano $f, g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ due contrazioni rispetto alla metrica euclidea. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La funzione $f + g$ soddisfa alle ipotesi del Teorema delle Contrazioni.

(2) La funzione $f \cdot g$ soddisfa alle ipotesi del Teorema delle Contrazioni.

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. 2.B

2.C Solo la prima.

Entrambe. 2.D

3. Sia A la corona circolare centrata nell'origine di raggi 3 e 4 intersecata con il semipiano $y \geq 0$. Allora,

$$\int \int_A \left(\sqrt{x^2 + y^2} + 2y^2 \arctan(4x) + 3x^5 y^4 \right) dx dy =$$

3.A $37\pi/3$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.B

3.C 12π

$61\pi/5$ 3.D

4. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (5x^2 + 3y^2)e^{3x+5y}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è limitata superiormente.

(2) f ammette un unico punto di minimo assoluto.

- 4.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.B
 4.C Entrambe. Solo la seconda. 4.D

5. È dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \min\{6, x\} \\ x(0) = x_0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall x_0 \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte
 (2) $\forall x_0 \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte

- 5.A solo la (2) solo la (1) 5.B
 5.C nessuna entrambe 5.D

6. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y-1}{x} - 1 \\ y(1) = 1. \end{cases}$

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. φ è dispari. 6.B
 6.C φ è inferiormente limitata. φ è superiormente limitata. 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C A A D D D