Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$. Si calcoli l'integrale $\int \int_A f(x, y) dx dy$ dove la funzione $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ è data da $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3}\right) + y \sin x + xy|x| & \text{se } y < 0. \end{cases}$

- 1.A $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi^2 \ln 2}{2}$. $\sqrt{3} \pi \frac{\pi - 2 \ln 2}{4}$. 1.B
 1.C $\frac{\sqrt{3} \pi - \ln 2}{4} \pi$. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.D

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (y^2 - x)^2(x - 7y)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) (π^2, π) è un punto di massimo relativo per f .
 (2) f ha esattamente due punti di sella distinti del tipo (α^2, α) .

- 2.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.B
 2.C Entrambe. Solo la seconda. 2.D

3. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \ln\left(\frac{2x^2 + 3y^2}{2x^2 + y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0, 0)$.
 (2) f è derivabile su tutto $\mathbf{R}^2$.

- 3.A Entrambe. Solo la prima. 3.B
 3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.D

4. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = e^{-x^2} + t^4 \\ x(0) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $I = \mathbf{R}$
 (2) φ è illimitata.

- 4.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
 4.C Solo la seconda. Entrambe. **4.D**

5. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{2y}{x} + 3x^2 \cos x \\ y(\pi) = 3\pi^3 \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Ha una soluzione massimale illimitata.
 (2) Ha una soluzione periodica.

- 5.A Solo la prima. Solo la seconda. **5.B**
 5.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. In $\mathbf{R}^n$, posto $x \equiv (x_1, \dots, x_n)$ e $y \equiv (y_1, \dots, y_n)$, siano $d'(x, y) = \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|$ e $d''(x, y) = \min_{i=1, \dots, n} |y_i - x_i|$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $(\mathbf{R}^n, d'')$ è uno spazio metrico completo.
 (2) $(\mathbf{R}^n, d')$ e $(\mathbf{R}^n, d'')$ sono spazi metrici con metriche equivalenti.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **6.B**
 6.C Solo la prima. Entrambe. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: B C A D A A