Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $A \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4] \text{ e } x \leq 0\}$. Allora $\iint_A \left(\frac{(x^2 + y^2)^{-2} x^2 + y \cosh x}{1 + \ln \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy =$
- 1.A $\pi \ln 16$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.B
 1.C $(\pi/2) \ln(1 + \ln 2)$ 1 - $(\pi/2) + \pi \ln 16$ 1.D

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione data da $f(x, y) = (|x| - x)|y| - 3y + 1$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette entrambe le derivate parziali su tutto $\mathbf{R}^2$
 (2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

- 2.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.B
 2.C Solo la seconda. Entrambe. 2.D

3. Al variare di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (y^2 + \beta)e^{\alpha x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha \beta \geq 0 \iff (0, 0)$ è un punto di minimo locale.
 (2) $\alpha \beta < 0 \iff (0, 0)$ è un punto di sella.

- 3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.B
 3.C Entrambe. Solo la seconda. 3.D

4. Nello spazio metrico (X, d) sono date due successioni x_n e y_n . Sia $\alpha_n = d(x_n, y_n)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) x_n e y_n entrambi convergenti $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$ esiste finito
 (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$ esiste finito $\Rightarrow x_n$ e y_n entrambi convergenti

- 4.A Entrambe Solo la 1 4.B

4.C Solo la 2

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.D

5. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 3x^{9/13} \\ x(0) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte.

(2) Il problema ammette un'unica soluzione massimale.

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. 5.B

5.C Solo la seconda.

Entrambe. 5.D

6. Si consideri la soluzione massimale φ del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = -\frac{x}{t^2+1} \\ x(0) = 3 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) φ è una funzione strettamente monotona

(2) φ è una funzione definita e limitata su $\mathbf{R}$

6.A solo la seconda

solo la prima 6.B

6.C entrambe

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C C C B A C