Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 6

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *Siano* $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x+y > -1\}$ *e* $f\colon A \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = (y-1)^2 \ln(1+x+y)$. *In relazione alla funzione* f*:*

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $a > -1 \Rightarrow (a,1)$ è punto di minimo locale. **1.B**

1.C $a < -1 \Rightarrow (a,1)$ è punto di massimo locale. $(-1,1)$ è punto di minimo assoluto. **1.D**

2. *È dato il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{\pi} + x\cos e^x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte, indipendentemente da* $\alpha \in \mathbf{R}$.

(2) *Se* $\alpha > 0$ *le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.*

2.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**

2.C Solo la seconda. Entrambe **2.D**

3. *Sia* (X,d) *uno spazio metrico compatto e sia* A *un sottoinsieme non vuoto di* X. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* A *è chiuso, allora* A *è compatto.*

(2) *Se* A *è limitato, allora* A *è compatto.*

3.A Solo la prima. Solo la seconda. **3.B**

3.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. *L'equazione* $\operatorname{sen}(y\,e^x) + \ln\big(1+\cos(x+y)\big) + \arctan x = \ln 2$ *definisce implicitamente una funzione* $y = \varphi(x)$ *in un intorno di* $(0,0)$. *Allora il punto* $x = 0$ *è*

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. un punto di minimo locale per φ. **4.B**

4.C un flesso a tangente orizzontale per φ. un punto di massimo locale per φ. **4.D**

5. *Sia* B *il cerchio in* $\mathbf{R}^2$ *di centro* $(0,0)$ *e raggio* α, *con* $\alpha > 0$. *Allora* $\int\int_B \left(\frac{|xy| + x\,y^3}{x^2+y^2}\right) dx\,dy =$

5.A $\pi\,\alpha^2$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.B**

5.C α^2 $\pi\,\alpha^2/2$ **5.D**

6. *Sia* $f\colon A \to \mathbf{R}$, *con* $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \left|x\, y^2\right| \le 1\right\}$ *definita da* $f(x,y) = \dfrac{\operatorname{arcsen}(x\, y^2)}{3x^2 + 2y^2}$ *se* $(x,y) \in A \setminus \{(0,0)\}$ *e* $f(0,0) = 0$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *f è differenziabile su A.*

(2) *f ammette entrambe le derivate parziali in $(0,0)$.*

6.A Solo la prima.
6.B Entrambe.
6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
6.D Solo la seconda.

7. *Sia* $\alpha \in \mathbf{R}$ *e sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *definita da* $f(x,y) = \begin{cases} \left|y - x^2\right| |x|^\alpha & \text{se } x \ne 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *f è differenziabile in $(0,0)$* $\iff \alpha > 0$.

(2) $\forall\, y_o \in \mathbf{R}$, *$f$ è differenziabile in $(0, y_o)$* $\iff \alpha > 1$.

7.A Solo la prima.
7.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
7.C Entrambe.
7.D Solo la seconda.

8. *L'intervallo massimale su cui è definita la soluzione del problema di Cauchy* $\begin{cases} y' = 4e^{x+y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ *è:*

8.A $\left]\ln \frac{4e}{1+4e}, \ln \frac{1+4e}{4e}\right[$
8.B $\left]-\infty, \ln \frac{1+4e}{4e}\right[$
8.C $\left]\ln \frac{1+4e}{4e}, +\infty\right[$
8.D Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

9. *Sia I un intervallo in $\mathbf{R}$ chiuso e limitato. Sia $f_n\colon I \to \mathbf{R}$ una successione di funzioni puntualmente convergente su I ad una funzione $f\colon I \to \mathbf{R}$. Allora:*

9.A f è continua su $\mathring{I}$.
9.B $\lim_{n\to+\infty} \int_I f_n(x)\, dx = \int_I f(x)\, dx$.
9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
9.D f non è derivabile su tutto l'insieme $\mathring{I}$.

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	D	A	A	C	D	A	B	C	