

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 4

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia A la corona circolare centrata nell'origine di raggi 3 e 4 intersecata con il semipiano $x \geq 0$. Allora,

$$\iint_A \left(\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} + 2x^2 \arctan(4y) + 3x^4 y^5 \right) dx dy =$$

1.A $56\pi/3$

$37\pi/(3\sqrt{3})$ 1.B

1.C 18π

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.D

2. È dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \min\{2, x\} \\ x(0) = x_0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\forall x_0 \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte

(2) $\forall x_0 \in \mathbf{R}$, le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte

2.A solo la (2)

solo la (1) 2.B

2.C nessuna

entrambe 2.D

3. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (5x^2 + 3y^2)e^{3x+5y}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è limitata superiormente.

(2) f ammette un unico punto di minimo assoluto.

3.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.B

3.C Solo la prima.

Entrambe. 3.D

4. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} |x+3|^\alpha + \frac{y}{3+7y^2} & x \neq -3, \\ 0 & x = -3. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f_\alpha \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}) \Rightarrow \alpha > 0$.

(2) $\alpha > 0 \Rightarrow f_\alpha \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$.

- 4.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
 4.C Solo la prima. Entrambe. **4.D**

5. Siano $f, g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ due contrazioni rispetto alla metrica euclidea. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La funzione $f \circ g$ soddisfa alle ipotesi del Teorema delle Contrazioni.
 (2) La funzione $f \cdot g$ soddisfa alle ipotesi del Teorema delle Contrazioni.

- 5.A Entrambe. Solo la seconda. **5.B**
 5.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + 5y^3 \ln \left(\frac{x^4 + 3y^4}{x^4 + y^4} \right) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0, 0)$.
 (2) f non è derivabile su $\mathbf{R}^2$.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **6.B**
 6.C Solo la seconda. Entrambe. **6.D**

7. L'equazione $e^x \arctan y - 4x + 1 = 0$ definisce in un intorno di $(1/4, 0)$ un'unica funzione $x = \varphi(y)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\frac{\varphi'(0)}{\varphi''(0)} = 2e^{-1/4}$.
 (2) φ è convessa in un intorno di $y = 0$.

- 7.A Solo la seconda. Solo la prima. **7.B**
 7.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.D**

8. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione data da $f_n(x) = \frac{e^{nx}}{|x|^{\sqrt{n}} + n!}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge puntualmente su $\mathbf{R}$ ad una funzione illimitata.
 (2) f_n converge uniformemente su $\mathbf{R}$.

- 8.A Solo la seconda. Solo la prima. **8.B**
 8.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **8.D**

9. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y-1}{x} - 1 \\ y(1) = 1. \end{cases}$

9.A φ è superiormente limitata. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **9.B**
 9.C φ è inferiormente limitata. φ è dispari. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B D A B C B C D A