

**Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 3**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>								

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si consideri il problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = \frac{2y}{x} + 3x^2 \cos x \\ y(\pi) = 3\pi^3 \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Ha una soluzione massimale sublineare.
- (2) Ha una soluzione periodica.

1.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.B**  
 1.C Solo la seconda. Solo la prima. **1.D**

2. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & y \geq x^3, x + y \neq 2\pi, x \neq 0 \\ \frac{\text{sen } x + \text{sen } y}{3\alpha + 2} & y < x^3, x + y \neq 2\pi \\ x + y - 2\pi & x + y = 2\pi \text{ o } x = y = 0 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\{\alpha \in \mathbf{R} : f_\alpha \text{ è differenziabile in } (0, 0)\} \neq \emptyset$ .
- (2)  $f_\alpha$  è continua in  $(\pi, \pi) \Leftrightarrow \alpha = -1$ .

2.A Solo la seconda. Entrambe. **2.B**  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **2.D**

3. In un intorno di  $(0, \pi)$  l'equazione  $y + x \cos(y) = \pi$  definisce implicitamente una funzione  $y = \varphi(x)$  tale che  
 3.A  $\varphi(x) = \pi + x - \frac{1}{2}x^3 + o(x^3)$  per  $x \rightarrow 0$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**  
 3.C  $\varphi(x) = \pi + x - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$  per  $x \rightarrow 0$   $\varphi(x) = \pi + x - x^3 + o(x^3)$  per  $x \rightarrow 0$  **3.D**

4. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \ln\left(\frac{2x^2 + 3y^2}{2x^2 + y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .
- (2)  $f$  è derivabile su tutto  $\mathbf{R}^2$ .

- 4.A Solo la seconda. Entrambe. 4.B  
 4.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.D

5. Sia  $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ . Si calcoli l'integrale  $\int \int_A f(x, y) dx dy$  dove la funzione  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  è data da  $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3}\right) + y^2 \sinh x + x^3 |x| & \text{se } y < 0. \end{cases}$

- 5.A  $\sqrt{3} \pi \frac{\pi - 2 \ln 2}{4}$ .  $\frac{\sqrt{3} \pi - \ln 2}{4} \pi$ . 5.B  
 5.C  $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi^2 \ln 2}{2}$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. In  $\mathbf{R}^n$ , posto  $x \equiv (x_1, \dots, x_n)$  e  $y \equiv (y_1, \dots, y_n)$ , siano  $d'(x, y) = \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|$  e  $d''(x, y) = \min_{i=1, \dots, n} |y_i - x_i|$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $(\mathbf{R}^n, d')$  è uno spazio metrico completo.  
 (2)  $(\mathbf{R}^n, d')$  e  $(\mathbf{R}^n, d'')$  sono spazi metrici con metriche equivalenti.

- 6.A Entrambe. Solo la seconda. 6.B  
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 6.D

7. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione data da  $f_n(x) = \frac{e^{nx}}{|x|^{\sqrt{n}} + n!}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f_n$  converge puntualmente su  $\mathbf{R}$  ad una funzione illimitata.  
 (2)  $f_n$  converge uniformemente su  $\mathbf{R}$ .

- 7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 7.B  
 7.C Entrambe. Solo la prima. 7.D

8. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = e^{-x^2} + t^4 \\ x(0) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è limitato.  
 (2)  $\varphi$  è illimitata.

- 8.A Solo la seconda. Solo la prima. 8.B  
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 8.D

9. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (y - x^2)^2(y - 7x)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $(\pi, \pi^2)$  è un punto di massimo relativo per  $f$ .  
 (2)  $f$  ha esattamente due punti di sella distinti del tipo  $(\alpha, \alpha^2)$ .

- 9.A Entrambe. Solo la prima. 9.B  
 9.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	A	A	B	A	D	A	A	A	