

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Si consideri la soluzione massimale φ del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = -\frac{x}{t^2+1} \\ x(0) = 3 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è una funzione strettamente monotona
- (2) φ è una funzione definita e limitata su \mathbf{R}

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. entrambe **1.B**
 1.C solo la seconda solo la prima **1.D**

2. Nello spazio metrico (X, d) sono date due successioni x_n e y_n . Sia $\alpha_n = d(x_n, y_n)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$ esiste finito $\Rightarrow x_n$ e y_n entrambi convergenti
- (2) x_n e y_n entrambi convergenti $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$ esiste finito

2.A Solo la 2 Entrambe **2.B**
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la 1 **2.D**

3. La successione di funzioni $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = 5^{-\sqrt{nx^2}} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{nx}{\log_5(e + |x|)}\right)$ converge

- 3.A puntualmente su \mathbf{R} ad una funzione limitata.
- 3.B Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
- 3.C uniformemente su qualunque intervallo reale limitato
- 3.D uniformemente su \mathbf{R}

4. Al variare di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, si consideri la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (y^2 + \alpha)e^{\beta x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha\beta \geq 0 \iff (0, 0)$ è un punto di minimo locale.
- (2) $\alpha\beta < 0 \iff (0, 0)$ è un punto di sella.

- 4.A Solo la seconda. Solo la prima. 4.B
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 4.D

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione data da $f(x, y) = (|y| - y)|x| - 3x + 1$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è differenziabile in $(0, 0)$.
 (2) f ammette entrambe le derivate parziali su tutto \mathbf{R}^2

- 5.A Solo la prima. Entrambe. 5.B
 5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 5x^{12/13} \\ x(0) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy globale sono soddisfatte.
 (2) Il problema ammette un'unica soluzione massimale.

- 6.A Solo la seconda. Solo la prima. 6.B
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 6.D

7. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4] \text{ e } x \leq 0\}$. Allora $\iint_A \left(\frac{(x^2 + y^2)^{-2} x^2 + x \sinh y}{1 + \ln \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy =$

- 7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $1 - (\pi/2) + \pi \ln 16$ 7.B
 7.C $\pi \ln 16$ $(\pi/2) \ln(1 + \ln 2)$ 7.D

8. Si consideri l'uguaglianza $x^3 + y^3 + x^2 y - 3y^2 = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Definisce un'unica funzione $y = \varphi(x)$ con φ definita su $[\sqrt{3}, +\infty[$.
 (2) Soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione implicita in un intorno di $(0, 0)$.

- 8.A Solo la seconda. Entrambe. 8.B
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 8.D

9. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \frac{x^2 y \arctan(2y)}{(x^2 + y^2)(|x| + |y|)}$ per $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile parzialmente in $(0, 0)$. (2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 9.B
 9.C Solo la prima. Entrambe. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 24/25 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	A	A	D	A	C	D	D	C	