

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^3+3x^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(x+2y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha < 2 \Rightarrow f$ è continua su \mathbf{R}^2 .
 (2) f è derivabile in $(0,0) \iff \alpha < 2$.

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **1.B**
 1.C Solo la seconda. Entrambe. **1.D**

2. Siano $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$ ed Ω il quadrilatero di vertici $(0,0)$, $(3/2, 3/2)$, $(2,0)$ e $(1/2, -3/2)$.

Sia $f(x, y) = \begin{cases} (y-x) \cos\left(\frac{\pi}{4}(3x+y)\right) & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in C \setminus \Omega \end{cases}$. Allora, $\iint_C f(x, y) dx dy =$

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $2/\pi$ **2.B**
 2.C $2\pi - 6$ $2\pi/9$ **2.D**

3. Sia $y: I \rightarrow \mathbf{R}$, con $I \subseteq \mathbf{R}$, la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} y' - 8 \operatorname{sen} x \cos x y = e^{4 \operatorname{sen}^2 x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) y è monotona e $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ non esiste.
 (2) y è una funzione dispari e illimitata.

3.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**
 3.C Entrambe. Solo la prima. **3.D**

4. Il punto $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ è per la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)^3 (y + x - \sqrt{2})^2$
 4.A un minimo locale una sella **4.B**
 4.C un massimo locale non è stazionario **4.D**

5. Sia (X, d) uno spazio metrico non completo e sia $x: \mathbf{N} \rightarrow X$ una successione di Cauchy. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione x è limitata.
(2) La successione x non ammette limite in X .

5.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.B**

5.C Entrambe.

Solo la prima. **5.D**

6. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 4t + \sin x \\ x(0) = \pi \end{cases}$. È allora necessariamente vero che, in un intorno di $t = 0$:

6.A φ è convessa.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**

6.C φ è strettamente crescente.

φ cambia segno. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C B A B D A