

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale di $\begin{cases} 2y' = (2y + e^x)^2 + 1 - e^x \\ y(0) = -1/2, \end{cases}$ (Può essere utile una sostituzione del tipo $z = 2y + \dots$). Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) I è limitato.
 (2) φ è limitata.

1.A Solo la seconda. Entrambe. **1.B**
 1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Sia (X, d) uno spazio metrico, siano A, B sottoinsiemi non vuoti di X e sia x un elemento di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se x è di accumulazione per $A \cap B$, allora x è di accumulazione anche per A .
 (2) Se x è di frontiera per $A \cap B$, allora x è di frontiera anche per A .

2.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**
 2.C Entrambe. Solo la prima. **2.D**

3. Siano $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0 \text{ e } y \in [-\sqrt{x}, \arctan x]\}$ e $f(x, y) = \begin{cases} \sin x \cos y + \sinh x & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus \Omega \end{cases}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è continua in $(0, 0)$.
 (2) f è derivabile parzialmente in $(0, 0)$.

3.A Solo la seconda. Solo la prima. **3.B**
 3.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Siano $D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ e $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ con $f(x, y) = \begin{cases} 2xy^3 + \arctan(3xy) + 30e^{3x^2+5y^2} & y \geq 0, \\ 0 & y < 0. \end{cases}$

Allora $\int \int_D f(x, y) dx dy =$

4.A $\sqrt{15} \pi (e^{15} - 1)$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**

4.C $\sqrt{3} \pi (e^5 - 1)$

$\sqrt{5/3} \pi (e^{3/5} - 1)$ **4.D**

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (1 - x^2 - y^2) \arctan(9x^2 - y^2)$. Allora

5.A f ha almeno un punto di min. assoluto

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.B**

5.C f ha un unico punto di max. assoluto

f ha un punto di min. locale in $(1/\sqrt{10}, 3/\sqrt{10})$ **5.D**

6. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, si consideri $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2y^2}-1}{x^2+y^2} + \frac{\ln(2x^2+1)}{x^2+3x^6} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 2\alpha + 3 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

La funzione f è continua in $(0, 0)$ se e solo se

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$\alpha = -1$ **6.B**

6.C $\alpha = -1/2$

$\alpha = 2$ **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C D B A B C