

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $y: I \rightarrow \mathbf{R}$, con $I \subseteq \mathbf{R}$, la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} y' - 8 \operatorname{sen} x \cos x y = e^{4 \operatorname{sen}^2 x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$.

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) y è una funzione pari e $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ non esiste.
 (2) y è monotona e limitata.

- 1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **1.D**

2. Sia $f(x, y) = y + xe^y - x$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f(x, y) = 0$ definisce un'unica funzione implicita continua $x = x(y)$ in un intorno di $(-1, 0)$
 (2) $f(x, y) = 0$ definisce un'unica funzione implicita continua $y = y(x)$ in un intorno di $(0, 0)$

- 2.A Solo la seconda Nessuna delle due **2.B**
 2.C Solo la prima Entrambe **2.D**

3. Siano $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$ ed Ω il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(3/2, 3/2)$, $(0, 2)$ e $(-3/2, 1/2)$.

Sia $f(x, y) = \begin{cases} (x - y) \cos\left(\frac{\pi}{4}(x + 3y)\right) & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in C \setminus \Omega \end{cases}$. Allora, $\iint_C f(x, y) dx dy =$

- 3.A $2\pi/9$ $2/\pi$ **3.B**
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $2\pi - 6$ **3.D**

4. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^3 + 3x^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(x + 2y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha < 2 \Rightarrow f$ è continua su \mathbf{R}^2 .
 (2) f è derivabile in $(0, 0) \iff \alpha < 2$.

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **4.B**
 4.C Solo la seconda. Entrambe. **4.D**

5. Sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{\exp(\frac{n(x-2)}{2})}{(x-2)^{2n} + n!}$ per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni $M \in \mathbf{R}$, f_n converge uniformemente su $]-\infty, M]$.
 (2) f_n converge puntualmente e uniformemente su \mathbf{R} .

- 5.A Solo la prima. Solo la seconda. **5.B**
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **5.D**

6. Sia (X, d) uno spazio metrico non completo e sia $x: \mathbf{N} \rightarrow X$ una successione di Cauchy. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione x è limitata.
 (2) La successione x non ammette limite in X .

- 6.A Entrambe. Solo la seconda. **6.B**
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **6.D**

7. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - 2xy + y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha + 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\exists \alpha \in \mathbf{R}: f$ è differenziabile su \mathbf{R}^2 .
 (2) $\exists \alpha \in \mathbf{R}: f$ è derivabile su \mathbf{R}^2 .

- 7.A Solo la prima. Entrambe. **7.B**
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **7.D**

8. Il punto $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ è per la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)^3(y + x - \sqrt{2})^2$
 8.A un massimo locale non è stazionario **8.B**
 8.C un minimo locale una sella **8.D**

9. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 4t + \text{sen } x \\ x(0) = \pi \end{cases}$. È allora necessariamente vero che, in un intorno di $t = 0$:

- 9.A φ è strettamente crescente. φ è convessa. **9.B**
 9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. φ cambia segno. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	D	B	C	A	D	D	D	B	