

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $y: I \rightarrow \mathbf{R}$ , con  $I \subseteq \mathbf{R}$ , la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y' - 8 \operatorname{sen} x \cos x y = e^{4 \operatorname{sen}^2 x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$ .  
Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $y$  è una funzione pari e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$  non esiste.  
(2)  $y$  è monotona e limitata.

1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**  
1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **1.D**

2. Sia  $f(x, y) = y + xe^y - x$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f(x, y) = 0$  definisce un'unica funzione implicita continua  $x = x(y)$  in un intorno di  $(-1, 0)$   
(2)  $f(x, y) = 0$  definisce un'unica funzione implicita continua  $y = y(x)$  in un intorno di  $(0, 0)$

2.A Solo la seconda Nessuna delle due **2.B**  
2.C Solo la prima Entrambe **2.D**

3. Siano  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$  ed  $\Omega$  il quadrilatero di vertici  $(0, 0)$ ,  $(3/2, 3/2)$ ,  $(0, 2)$  e  $(-3/2, 1/2)$ .

Sia  $f(x, y) = \begin{cases} (x - y) \cos\left(\frac{\pi}{4}(x + 3y)\right) & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in C \setminus \Omega \end{cases}$ . Allora,  $\iint_C f(x, y) dx dy =$

3.A  $2\pi/9$   $2/\pi$  **3.B**  
3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $2\pi - 6$  **3.D**

4. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^3 + 3x^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(x + 2y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\alpha < 2 \Rightarrow f$  è continua su  $\mathbf{R}^2$ .  
(2)  $f$  è derivabile in  $(0, 0) \iff \alpha < 2$ .

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **4.B**  
 4.C Solo la seconda. Entrambe. **4.D**

5. Sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \frac{\exp(\frac{n(x-2)}{2})}{(x-2)^{2n} + n!}$  per  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $M \in \mathbf{R}$ ,  $f_n$  converge uniformemente su  $]-\infty, M]$ .  
 (2)  $f_n$  converge puntualmente e uniformemente su  $\mathbf{R}$ .

- 5.A Solo la prima. Solo la seconda. **5.B**  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **5.D**

6. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico non completo e sia  $x: \mathbf{N} \rightarrow X$  una successione di Cauchy. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione  $x$  è limitata.  
 (2) La successione  $x$  non ammette limite in  $X$ .

- 6.A Entrambe. Solo la seconda. **6.B**  
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **6.D**

7. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - 2xy + y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha + 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\exists \alpha \in \mathbf{R}: f$  è differenziabile su  $\mathbf{R}^2$ .  
 (2)  $\exists \alpha \in \mathbf{R}: f$  è derivabile su  $\mathbf{R}^2$ .

- 7.A Solo la prima. Entrambe. **7.B**  
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **7.D**

8. Il punto  $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$  è per la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)^3(y + x - \sqrt{2})^2$   
 8.A un massimo locale non è stazionario **8.B**  
 8.C un minimo locale una sella **8.D**

9. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = 4t + \text{sen } x \\ x(0) = \pi \end{cases}$ . È allora necessariamente vero che, in un intorno di  $t = 0$ :

- 9.A  $\varphi$  è strettamente crescente.  $\varphi$  è convessa. **9.B**  
 9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\varphi$  cambia segno. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	D	B	C	A	D	D	D	B	