

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0 \text{ e } y \in [-\sqrt{x}, \arctan x]\}$ e $f(x, y) = \begin{cases} \sin x \cos y + \sinh x & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus \Omega \end{cases}$.
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è derivabile parzialmente in $(0, 0)$.
- (2) f non è differenziabile in $(0, 0)$.

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **1.B**
 1.C Solo la seconda. Entrambe. **1.D**

2. Le funzioni $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ e $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sono tali che i problemi di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ e $\begin{cases} \dot{x} = g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R} . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R}
- (2) $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \cdot \cos g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R}

2.A solo la (1) nessuna **2.B**
 2.C entrambe solo la (2) **2.D**

3. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale di $\begin{cases} 2y' = (2y + e^x)^2 + 1 - e^x \\ y(0) = -1/2, \end{cases}$ (Può essere utile una sostituzione del tipo $z = 2y + \dots$). Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è limitata.
- (2) I è limitato.

3.A Solo la seconda. Solo la prima. **3.B**
 3.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: [-3, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \begin{cases} -4 & \text{se } x < -1/n \\ 4nx & \text{se } x \in [-1/n, 1/n] \\ 4 & \text{se } x > 1/n. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La successione f_n converge uniformemente su $[-3, 3]$.

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-3}^3 f_n(x) dx = \int_{-3}^3 \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) dx.$$

4.A Solo la seconda.

Solo la prima. 4.B

4.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.D

5. Sia (X, d) uno spazio metrico, siano A, B sottoinsiemi non vuoti di X e sia x un elemento di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Se x è di frontiera per $A \cap B$, allora x è di frontiera anche per A .

(2) Se x è di accumulazione per $A \cap B$, allora x è di accumulazione anche per A .

5.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.B

5.C Solo la seconda.

Entrambe. 5.D

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (1 - x^2 - y^2) \arctan(9x^2 - y^2)$. Allora

6.A f ha un unico punto di max. assoluto

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.B

6.C f ha un punto di min. locale in $(1/\sqrt{10}, 3/\sqrt{10})$

f ha almeno un punto di min. assoluto 6.D

7. Sia $f(x, y) = (1 + 4x^2 - \sin x)y + e^{4y} = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente un'unica funzione $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

(2) $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente un'unica funzione $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ e $\varphi < 0$

7.A Solo la 1

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7.B

7.C Entrambe

Solo la 2 7.D

8. Siano $D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ e $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ con $f(x, y) = \begin{cases} 2xy^3 + \arctan(3xy) + 30e^{3x^2+5y^2} & y \geq 0, \\ 0 & y < 0. \end{cases}$

Allora $\int_D f(x, y) dx dy =$

8.A $\sqrt{3} \pi (e^5 - 1)$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 8.B

8.C $\sqrt{15} \pi (e^{15} - 1)$

$\sqrt{5/3} \pi (e^{3/5} - 1)$ 8.D

9. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, si consideri $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2y^2-1}}{x^2+y^2} + \frac{\ln(2x^2+1)}{2x^2+3x^6} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 2\alpha + 2 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

La funzione f è continua in $(0, 0)$ se e solo se

9.A $\alpha = -1/2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.B

9.C $\alpha = 2$

$\alpha = -1$ 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	A	A	C	B	C	C	A	