

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6        7        8        9

Risposta:                                   

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-2)^2 + y^2}{4 - \sin y^2 - x^2} & x^2 + \sin y^2 \neq 4 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è continua ma non derivabile parzialmente rispetto a  $x$  in  $(2, 0)$ .  
 (2)  $f$  ammette derivata parziale rispetto a  $y$  in  $(2, 0)$ .

1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**  
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = -x + e^{-t} \arctan t \\ x(0) = 1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  ha un asintoto orizzontale per  $t \rightarrow +\infty$ .  
 (2)  $I$  è limitato inferiormente e  $\varphi$  ha un asintoto verticale.

2.A Entrambe. Solo la prima. **2.B**  
 2.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. In  $\mathbf{R}^n$ , posto  $x \equiv (x_1, \dots, x_n)$  e  $y \equiv (y_1, \dots, y_n)$ , siano  $d'(x, y) = \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|$  e  $d''(x, y) = \min_{i=1, \dots, n} |y_i - x_i|$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $(\mathbf{R}^n, d')$  è uno spazio metrico completo.  
 (2)  $(\mathbf{R}^n, d')$  e  $(\mathbf{R}^n, d'')$  sono spazi metrici con metriche equivalenti.

3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**  
 3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Sia  $\psi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} \ddot{x} = t e^{-x} \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $\psi$  è limitata. (2)  $I = \mathbf{R}$ .

4.A Entrambe. Solo la prima. 4.B  
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 4.D

5. Sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = e^{-2\sqrt{n|x|}} \arctan\left(1 + \frac{3n}{x^2+3}\right)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La successione  $f_n$  converge uniformemente su  $\mathbf{R}$   
 (2) Il limite puntuale di  $f_n$  è una funzione continua su  $\mathbf{R}$

5.A Solo la prima. Entrambe 5.B  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 5.D

6. Si consideri la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \exp(-(3x^2 + 2y^2 - 1)^2)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1): È illimitata. (2): Ammette infiniti punti di massimo assoluto.

6.A Solo la seconda. Solo la prima. 6.B  
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 6.D

7. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [0, \ln 3] \text{ e } y \in [1, (1+e)]\}$ . Allora  $\int \int_A \frac{2y}{1+e^{2x}} dx dy =$

7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\frac{(1+e)^2 - 1}{2} (\ln 6 - \ln 5)$  7.B  
 7.C  $\frac{(1+e)^2 - 1}{2} (\ln 9 + \ln 5)$   $\frac{(1+e)^2 - 1}{2} (2 \ln 3 - \ln 5)$  7.D

8. Si consideri l'equazione  $e^{x+2y} + \arctan(x+2y) = 1$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Per ogni  $x \in \mathbf{R}$ , esiste un'unica soluzione  $y = \varphi(x)$   
 (2)  $\varphi$  è una funzione monotona decrescente.

8.A Solo la seconda. Solo la prima. 8.B  
 8.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 8.D

9. Per  $\alpha > 1/3$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + |y|^{3\alpha-1}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } y > 2x, \\ 2x^2 - 3y^4 & \text{se } y \leq 2x. \end{cases}$  Allora,  $f_\alpha$  è differenziabile in

(0,0) se e solo se  
 9.A  $\alpha > 1$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.B  
 9.C  $\alpha \in ]1, 4[$ .  $\alpha \in ]1/3, 1[$ . 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 23/24 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	B	B	D	C	A	D	C	A	