

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = 1/(t\sqrt{\ln^2 t}) \\ x(e) = 3 \end{cases}$. Allora

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\varphi(t)}{t} = 0 \quad \mathbf{1.B}$$

1.C φ ha un asintoto orizzontale a $+\infty$

φ è strettamente negativa **1.D**

2. Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $f: X \rightarrow X$ una funzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Se f è Lipschitz, allora $f \circ f$ è Lipschitz.

(2) Se f è una contrazione ed è invertibile, allora l'inversa f^{-1} è una contrazione.

2.A Entrambe

Solo la seconda **2.B**

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima **2.D**

3. Dati $\alpha \in \mathbf{R}$ e $\beta \in [0, +\infty[$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\alpha x^2 - 4|x y|^\beta + \alpha y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è differenziabile in $(0, 0) \iff \beta > 3/2$.

(2) f è continua in $(0, 0) \iff \beta \geq 1$.

3.A Entrambe.

Solo la prima. **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. **3.D**

4. Sia \mathcal{P} la parabola con asse parallelo all'asse x , vertice $V(1, 0)$ e passante per $A(2, 1)$. Sia \mathcal{T} la regione limitata di piano compresa tra \mathcal{P} e la retta di equazione $x = 2$. Allora

$$\int \int_{\mathcal{T}} (xy^2 + e^x y^3 + x^4 \sin y) \, dx \, dy =$$

4.A 3/7 Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
4.C 16/35 6/7 **4.D**

5. Sia $x = \varphi(t)$ la soluzione massimale di $\begin{cases} \dot{x} = \sin t + t \sin(6x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$. Allora necessariamente

5.A $\ddot{\varphi}(0) = 0$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.B**

5.C $\ddot{\varphi}(0) = 6$ $\ddot{\varphi}(0) = 1$ **5.D**

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \arctan(2 \ln(x^2 + 1) + 3 \sin^2 y)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f ammette infiniti punti di minimo assoluto.

(2) f ammette infiniti punti di sella.

6.A Entrambe. Solo la prima. **6.B**

6.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: B D B C D A