

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 5**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                       

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} \leq 1 \right\}$ . Si calcoli l'integrale  $\int \int_A f(x, y) dx dy$  dove la funzione  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  è data da  $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3}\right) + y \sin x + xy|x| & \text{se } y < 0. \end{cases}$

- 1.A  $\sqrt{3}\pi\frac{\pi-2\ln 2}{4}$ .  $\frac{\sqrt{3}\pi-\ln 2}{4}\pi$ . 1.B  
 1.C  $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi^2 \ln 2}{2}$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.D

2. Sia  $f \in C^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$  avente la retta  $y = 2x + 3$  come asintoto obliquo a  $-\infty$  ed a  $+\infty$ . Si consideri il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(1) = x_0 \end{cases}$  con  $x_0 \in \mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $x_0 \in \mathbf{R}$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy locale sono soddisfatte  
 (2) Per ogni  $x_0 \in [3, +\infty[$ , le ipotesi del Teorema di Cauchy globale non sono soddisfatte

- 2.A Solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.B  
 2.C Entrambe Solo la prima 2.D

3. Al variare di  $\beta \in \mathbf{R}$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + y + 3 & \text{se } |y| \geq x^2, \\ 3x + y + \beta^2 - 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è derivabile in  $(0, 0) \Rightarrow \beta > 0$ .  
 (2)  $\beta = 2 \Rightarrow f$  è derivabile in  $(0, 0)$ .

- 3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.B  
 3.C Solo la seconda. Entrambe. 3.D

4. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $x: \mathbf{N} \mapsto X$  una successione convergente ad un  $x_* \in X$  ed  $A = x(\mathbf{N})$  l'insieme dei valori assunti dalla successione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $x_* \in \bar{A}$   
 (2)  $x_*$  può essere isolato per  $A$

- 4.A Entrambe Solo la seconda 4.B  
 4.C Nessuna delle due Solo la prima 4.D

5. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} ye^x - y^2 & y \geq e^x \\ \frac{x^3}{x^2 + y^2} & y < e^x \text{ e } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

- 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. f ammette in (0, 0) derivate parziali coincidenti 5.B  
 5.C f è continua su  $\mathbf{R}^2$  f non è differenziabile su tutto  $\mathbf{R}^2$  5.D

6. Siano  $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  e  $f_k: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_k(x, y) = (-x \ln(e-1) - y - e^2)^k$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\forall k, f_k$  ammette al più un punto di massimo locale  
 (2)  $k = 12 \Rightarrow f_k$  ammette almeno un punto di massimo locale

- 6.A solo la prima entrambe 6.B  
 6.C solo la seconda Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A:    A  A  C  A  D  D