

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 3**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                 

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $Q = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 2, \quad |x| \leq y^2\}$ . Allora

$$\iint_Q (3y + 2x + \cos(3y) \arctan(8x^3) + 3y \sinh(2x)) \, dx dy =$$

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

2 arccos 6    1.B

1.C  $7/2$

sen 6 + 2 cosh 6    1.D

2. Al variare di  $\alpha \in [0, +\infty[$ , si consideri la funzione  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \mapsto \mathbf{R}$  definita da  $f_\alpha(x, y) = \frac{|x|^\alpha + |y|}{|x| + |y|^\alpha}$ .  
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f_1(x, y)$  esiste finito

(2) Per ogni  $\alpha > 2$ ,  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f_\alpha(x, y)$  non esiste o non è finito

2.A solo la seconda

solo la prima    2.B

2.C entrambe

nessuna delle due    2.D

3. Dato uno spazio metrico  $(X, d)$ , sia  $A \subseteq X$  non vuoto e sia  $f: X \mapsto X$  data da  $f(x) = \inf\{d(x, \xi) : \xi \in A\}$ .  
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f(x) = 0 \Rightarrow x \in \bar{A}$

(2)  $x \in \overset{\circ}{A} \Rightarrow f(x) = 0$

3.A nessuna

solo la (2)    3.B

3.C solo la (1)

entrambe    3.D

4. Sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \frac{2nx}{3n^2+4x^2} - \arcsen \frac{x^2}{n+2x^2}$  per  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f_n$  converge puntualmente su  $\mathbf{R}$ .

(2)  $f_n$  converge uniformemente sui sottoinsiemi limitati di  $\mathbf{R}$ .

- 4.A Entrambe. Solo la prima. **4.B**  
 4.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.D**

5. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale, con  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  e  $1 \in \mathring{A}$ , con  $A \subseteq \mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\begin{cases} \dot{x} = 3f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale  
 (2)  $\begin{cases} \dot{x} = f(3x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale

- 5.A Entrambe. Solo la seconda. **5.B**  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **5.D**

6. Si consideri la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^2(2x + y^2 - 1)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette esattamente 2 punti di sella.  
 (2)  $f$  non ammette punti di minimo relativo.

- 6.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**  
 6.C Solo la seconda. Entrambe. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: C C D A D A