

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 + y^2}{1 - x^2 - y^2} & \text{se } x^2 + y^2 \neq 1 \\ 2\alpha + 3 & \text{se } x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\alpha = -3/2$, allora f_α è continua in $(1, 0)$
 (2) Se $\alpha = -2$, allora f_α è differenziabile in $(1, 0)$.

1.A Solo la seconda Solo la prima **1.B**
 1.C Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. La soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} y y' = (y^2 + 1)x \\ y(0) = 3 \end{cases}$ è:
 2.A dispari. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**
 2.C definita su tutto \mathbf{R} . superiormente limitata. **2.D**

3. Siano x_n e y_n due successioni nello spazio metrico (X, d) . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0 \Rightarrow x_n$ ed y_n ammettono limite in X
 (2) Se x_n ed y_n ammettono limite in $X \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$

3.A entrambe nessuna delle due **3.B**
 3.C solo la seconda solo la prima **3.D**

4. Siano φ e ψ , rispettivamente, soluzioni dei problemi di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 4 \end{cases}$ e $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 6 \end{cases}$. Allora:
 4.A $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t)) = +\infty$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
 4.C $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t))$ esiste finito ed è maggiore di 1 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t)$ **4.D**

5. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4] \text{ e } y \leq 0\}$. Allora $\iint_A \left(\frac{(x^2 + y^2)^{-2} x^2 + x \cosh y}{1 + \ln \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy =$
- 5.A $\pi \ln 16$ (π/2) ln(1 + ln 2) **5.B**
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1 - (π/2) + π ln 16 **5.D**

6. La funzione $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (x^2 + y^2) \frac{e^{-x^2}}{e^{y^2}}$
- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
 6.B non ammette minimo assoluto ed il massimo assoluto è $1/e$
 6.C ha un unico punto di minimo e il luogo dei punti di massimo non è chiuso
 6.D ha un unico punto di minimo e il luogo dei punti di massimo è un compatto

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: D C B D B D