

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 1**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                 

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 + y^2}{1-x^2-y^2} & \text{se } x^2 + y^2 \neq 1 \\ 2\alpha + 3 & \text{se } x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\alpha = -3/2$ , allora  $f_\alpha$  è continua in  $(1, 0)$   
 (2) Se  $\alpha = -2$ , allora  $f_\alpha$  è differenziabile in  $(1, 0)$ .

1.A Solo la seconda Solo la prima    **1.B**  
 1.C Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **1.D**

2. La soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} y y' = (y^2 + 1)x \\ y(0) = 3 \end{cases}$  è:  
 2.A dispari. Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **2.B**  
 2.C definita su tutto  $\mathbf{R}$ . superiormente limitata.    **2.D**

3. Siano  $x_n$  e  $y_n$  due successioni nello spazio metrico  $(X, d)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0 \Rightarrow x_n$  ed  $y_n$  ammettono limite in  $X$   
 (2) Se  $x_n$  ed  $y_n$  ammettono limite in  $X \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$

3.A entrambe nessuna delle due    **3.B**  
 3.C solo la seconda solo la prima    **3.D**

4. Siano  $\varphi$  e  $\psi$ , rispettivamente, soluzioni dei problemi di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 4 \end{cases}$  e  $\begin{cases} \dot{x} = \sin^3 x \\ x(0) = 6 \end{cases}$ . Allora:  
 4.A  $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t)) = +\infty$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    **4.B**  
 4.C  $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\psi(t) - \varphi(t))$  esiste finito ed è maggiore di 1  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t)$     **4.D**

5. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \in [1, 4] \text{ e } y \leq 0\}$ . Allora  $\iint_A \left( \frac{(x^2 + y^2)^{-2} x^2 + x \cosh y}{1 + \ln \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy =$
- 5.A  $\pi \ln 16$  (π/2) ln(1 + ln 2) **5.B**  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1 - (π/2) + π ln 16 **5.D**

6. La funzione  $f: \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (x^2 + y^2) \frac{e^{-x^2}}{e^{y^2}}$
- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  
 6.B non ammette minimo assoluto ed il massimo assoluto è  $1/e$   
 6.C ha un unico punto di minimo e il luogo dei punti di massimo non è chiuso  
 6.D ha un unico punto di minimo e il luogo dei punti di massimo è un compatto

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 22/23 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: D C B D B D