

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6
Risposta:	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano A un aperto di \mathbf{R}^3 , (x_o, y_o, z_o) un punto di A ed f una funzione definita su A a valori in \mathbf{R} tali che il limite $\lim_{t \rightarrow 0} \left(f(x_o + t/\sqrt{3}, y_o + t/\sqrt{3}, z_o + t/\sqrt{3}) - f(x_o, y_o, z_o) \right) / t = +\infty$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f non ammette derivate parziali in (x_o, y_o, z_o) .
- (2) Se f è anche continua su A , allora f è differenziabile in (x_o, y_o, z_o) .

1.A Entrambe. Solo la seconda. **1.B**
 1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^{2\alpha-1} \ln(x^2 + y^2) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha > 1 \Rightarrow f_\alpha$ ammette un unico punto di minimo assoluto.
- (2) $\alpha > 1/2 \Rightarrow f_\alpha$ ammette un minimo assoluto.

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **2.B**
 2.C Entrambe. Solo la seconda. **2.D**

3. È dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{\pi} + x \cos e^x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte, indipendentemente da $\alpha \in \mathbf{R}$.
- (2) Se $\alpha > 0$ le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

3.A Solo la seconda. Solo la prima. **3.B**
 3.C Entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Siano (X, d) uno spazio metrico, $x: \mathbf{N} \rightarrow X$ una successione in X , $f: X \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione e x_∞ un elemento di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x_\infty$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_\infty)$.
 (2) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x_\infty$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_\infty)$, allora f è continua in x_∞ .

4.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
 4.C Solo la prima. Entrambe. **4.D**

5. Sia $A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2x + \sqrt{3}|y| \leq 0 \text{ e } 4x^2 + 3y^2 \leq 12 \right\}$. Allora: $\int \int_A \sinh\left(\frac{4x^2}{3} + y^2\right) dx dy =$

5.A $\sqrt{3}\pi(\cosh 4 - 1)/8$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.B**
 5.C $\pi(\cosh 3 - 1)/4$ $3\pi(\cosh 3 - 1)/8$ **5.D**

6. Al variare di $n \in \mathbf{N}$ ed $x \in]-\pi/2, \pi/2[$, sia $f_n(x) = (\operatorname{tg} x)^n / (\cos^2 x)$ e sia f il limite puntuale di f_n , ove definito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f_n \xrightarrow{u} f$, ovunque f è definita.
 (2) f_n converge puntualmente in $]-1/2, 1/2[$.

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **6.B**
 6.C Solo la prima. Solo la seconda. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: D D C B A D