

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \max\{0, (5 - x^2)(5 - y^2)\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è limitata.

(2) L'insieme dei punti in cui f è differenziabile è convesso.

1.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.B**

1.C Solo la prima.

Entrambe. **1.D**

2. Sono dati gli insiemi $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [-1, -x^2]\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq 0 \text{ e } x \in [\sqrt{y}, 1]\}$ e la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{(1+y)(1+x^2)} & y > 0; \\ y \sin x & y \leq 0. \end{cases} \text{ Allora, } \int \int_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$$

2.A $1 + \ln \sqrt{2}$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**

2.C $(\ln^2 2)/4$

$(\pi + \ln 2)/2$ **2.D**

3. In \mathbf{R}^2 con la metrica Euclidea, siano $F = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$ e $G_\alpha = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y = x + \alpha\}$, con $\alpha \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $F \cup G_\alpha$ è compatto $\iff \alpha \in \mathbf{R} \setminus [-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$.

(2) $F \cup G_\alpha$ è connesso $\iff \alpha \in [-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$.

3.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**

3.C Solo la seconda.

Entrambe. **3.D**

4. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \frac{\arctan(2^n x)}{n} + \frac{3x}{\pi + nx^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Le f_n convergono puntualmente su tutto \mathbf{R} .

(2) Per ogni $a \in \mathbf{R}$ con $a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^a f_n(x) dx = \int_0^a \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) dx$.

- 4.A** Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
4.C Solo la seconda. Entrambe. **4.D**

5. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \begin{cases} x \ln |x| & x \neq 0; \\ 0 & x = 0; \end{cases} \\ x(1) = \alpha. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, vi si può applicare il Teorema di Cauchy Locale.
 (2) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, ammette almeno una soluzione definita in un intorno di 1.

- 5.A** Entrambe. Solo la prima. **5.B**
5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Sia $f: Q \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = y^2 \ln(1 + x^2) + 2$, dove Q è il perimetro del quadrato di vertici $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$ e $(-1, 1)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette esattamente 2 punti di massimo assoluto.
 (2) f ammette esattamente 4 punti di minimo assoluto.

- 6.A** Entrambe. Solo la prima. **6.B**
6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: B C C D C D