

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 3**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                 

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: [1, +\infty[ \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \frac{2 \ln x - x^{2+n}}{x^n}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^2 f_n(x) dx = -2$$

(2) Le  $f_n$  ammettono un limite uniforme su  $[1, +\infty[$ .

1.A Solo la seconda.

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. **1.B**

Entrambe. **1.D**

2. Al variare di  $\alpha > 0$  e  $\beta > 0$ , sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5(x-5)^\alpha - \arctan(8(y-2)^\beta)}{(x-5)^2 + 2 - y} & y \neq x^2 - 10x + 27 \\ 0 & y = x^2 - 10x + 27. \end{cases}$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è derivabile in  $(5, 2)$  se e solo se  $\alpha \geq 3$  e  $\beta \geq 2$ .

(2)  $f$  è derivabile parzialmente rispetto a  $x$  su  $\mathbf{R}^2$  se e solo se  $\alpha \geq 3$ .

2.A Solo la prima.

2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. **2.B**

Entrambe. **2.D**

3. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico e sia  $x: \mathbf{N} \rightarrow X$  una successione di Cauchy. Allora è certamente vero che

3.A  $x(\mathbf{N})$  ha diametro finito.

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$x(\mathbf{N})$  è aperto. **3.B**

$x(\mathbf{N})$  è chiuso. **3.D**

4. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} y' = (y - \ln x)^2 + 1 + \frac{1}{x} \\ y(1) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi$  è illimitata.  
 (2)  $I$  è superiormente illimitato e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$ .

4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **4.B**  
 4.C Entrambe. Solo la seconda. **4.D**

5. Sia  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, |y| \leq x^2\}$ . Allora  $\int \int_{\Omega} (3x + 4y^3 - 2 \arctan(xy)) dx dy =$   
 5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7/2 **5.B**  
 5.C  $\pi + \frac{1}{3}$   $2 + \frac{\pi}{4}$  **5.D**

6. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 49(x - y)^2 + 16$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette uno ed un solo punto di sella.  
 (2)  $f$  ammette esattamente 2 punti di minimo locale.

6.A Solo la seconda. Entrambe. **6.B**  
 6.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A:    A  A  A  B  B  B