

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2y \leq -\sqrt{3}|x| \text{ e } 3x^2 + 4y^2 \leq 12\}$. Allora: $\int \int_A \sinh\left(x^2 + \frac{4y^2}{3}\right) dx dy =$
- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3 π (cosh 3 - 1)/8 1.B
 1.C $\sqrt{3} \pi(\cosh 4 - 1)/8$ $\pi(\cosh 3 - 1)/4$ 1.D

2. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_\alpha: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^{2\alpha-1} \ln(x^2 + y^2) & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha > 1 \Rightarrow f_\alpha$ ammette un unico punto di minimo assoluto.
 (2) $\alpha > 1/2 \Rightarrow f_\alpha$ ammette un minimo assoluto.

- 2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 2.B
 2.C Solo la prima. Entrambe. 2.D

3. Siano (X, d) uno spazio metrico, $x: \mathbf{N} \rightarrow X$ una successione in X , $f: X \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione e x_∞ un elemento di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x_\infty$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_\infty)$, allora f è continua in x_∞ .
 (2) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x_\infty$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_\infty)$.

- 3.A Solo la prima. Entrambe. 3.B
 3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 3.D

4. Siano A un aperto di \mathbf{R}^3 , (x_o, y_o, z_o) un punto di A ed f una funzione definita su A a valori in \mathbf{R} tali che il limite $\lim_{t \rightarrow 0} (f(x_o + t/\sqrt{3}, y_o + t/\sqrt{3}, z_o + t/\sqrt{3}) - f(x_o, y_o, z_o)) / t = +\infty$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f non ammette derivate parziali in (x_o, y_o, z_o) .
 (2) Se f è anche continua su A , allora f è differenziabile in (x_o, y_o, z_o) .

- 4.A Solo la prima. Entrambe. 4.B
 4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 4.D

5. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del Problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + y = e^{-2x} \\ y(0) = 1/5 \\ y'(0) = 3/5. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\sup I = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$.
 (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\varphi(x)} = 0$.

- 5.A Entrambe. Solo la prima. 5.B
 5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Sia $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che $f(x, y) = 3 + 3x - y + 3x^2 + 5y^2 + o(\sqrt{x^2 + y^2})$ per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$. Siano $F, G: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ date da $F(x, y) = (y, f(x, y))$ e $G(x, y) = (f(x, y), f(x, y))$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) G soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(0, 0)$
 (2) F soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in $(0, 0)$

- 6.A entrambe solo la seconda 6.B
 6.C solo la prima nessuna 6.D

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{-n} \ln(n^2 x) \operatorname{sen}(2 + 3nx) \arctan(1 - 2nx)}{\sqrt{2 + n^3 + 3x^4}}$, al variare di $x \in]0, +\infty[$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni $a, b \in \mathbf{R}$, con $b > a > 0$, questa serie converge uniformemente su $[a, b]$.
 (2) Questa serie converge puntualmente su $]0, +\infty[$.

- 7.A Solo la seconda. Solo la prima. 7.B
 7.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7.D

8. Al variare di $n \in \mathbf{N}$ ed $x \in]-\pi/2, \pi/2[$, sia $f_n(x) = (\operatorname{tg} x)^n / (\cos^2 x)$ e sia f il limite puntuale di f_n , ove definito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $f_n \xrightarrow{u} f$, ovunque f è definita.
 (2) f_n converge puntualmente in $] -1/2, 1/2[$.

- 8.A Solo la prima. Solo la seconda. 8.B
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. 8.D

9. È dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \pi + x \cos e^x \\ x(0) = \alpha \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte, indipendentemente da $\alpha \in \mathbf{R}$.
 (2) Se $\alpha > 0$ le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

- 9.A Entrambe Solo la prima. 9.B
 9.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	B	D	C	C	B	C	B	A	