

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:      1          2          3          4          5          6          7          8          9

Risposta:                                     

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1.  $y(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{16}x^2 + o(x^2)$  per  $x \rightarrow 0$  è lo sviluppo di Taylor al secondo ordine della funzione  $y = y(x)$  definita implicitamente da:

- 1.A  $y + e^y = x^2 + e^{-x}$  1.B  $y + x^2 + e^{-x} = e^y$   
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.D  $y + e^{-x} = x^2 + e^y$

2. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} (y' - \frac{1}{x})e^y + x^3 = 0 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $\varphi$  ammette un asintoto verticale (2):  $I$  è limitato.  
 2.A Entrambe. Solo la prima. 2.B  
 2.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.D

3. Si consideri l'equazione integrale  $y(x) = 3 + \int_0^x (3 - 2y(t)) \sin t \, dt$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Ammette un'unica soluzione massimale definita su tutto  $\mathbf{R}$ .  
 (2) Ammette almeno una soluzione, ma definita al più su un sottoinsieme proprio di  $\mathbf{R}$ .

- 3.A Entrambe. Solo la seconda. 3.B  
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 3.D

4. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = (7 - \alpha) \sin^2(2x) + (9 - \alpha^2) \sinh(y^2 - 1)$ . Allora i punti  $(-\pi/2, 0)$  e  $(\pi, 0)$  sono punti di minimo relativo per  $f$  se e solo se:

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\alpha \in [-3, 3]$  o  $-3 \leq \alpha \leq 3$ . 4.B  
 4.C  $\alpha \in [-3, 3]$  o  $-3 \leq \alpha < 3$ .  $\alpha \in ]-3, 3[$  o  $-3 < \alpha < 3$ . 4.D

5. Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione data da  $f_n(x) = 2n(n^3x - n^3 - 4)\chi_{]1 + 4n^{-3}, 1 + 5n^{-3}[}(x) - 2n(n^3x - n^3 - 6)\chi_{]1 + 5n^{-3}, 1 + 6n^{-3}[}(x)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione  $f_n$  converge uniformemente su qualunque compatto di  $\mathbf{R}$ .  
 (2) La successione  $f_n$  converge puntualmente su  $\mathbf{R}$ .

- 5.A Entrambe. Solo la prima. **5.B**  
 5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico ed  $A$  un sottoinsieme non vuoto di  $X$ . Allora:

- 6.A  $\overset{\circ}{A} \cap \partial A = \emptyset \Rightarrow A$  chiuso. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**  
 6.C  $A$  aperto  $\Rightarrow A \cap \partial A = \emptyset$ .  $\partial A \neq \emptyset \Rightarrow A$  aperto **6.D**

7. Per  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n(x) = \begin{cases} \frac{(nx)^n}{n!} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{n!}{\sqrt{1+(nx)^4} - n^2} & \text{se } x < 0. \end{cases}$  Sia  $I$  l'insieme di convergenza puntuale della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è sconnesso.  
 (2)  $I$  è chiuso.

- 7.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.B**  
 7.C Solo la prima. Entrambe. **7.D**

8. Sia  $\alpha > 0$  e sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da

$$f(x, y) = x^\alpha \ln \left( \frac{x^4 + 5y^4}{x^4 + y^4} \right) \text{ se } (x, y) \neq (0, 0) \text{ e } f(0, 0) = 0.$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\alpha > 1 \Rightarrow f$  differenziabile su  $\mathbf{R}^2$   
 (2)  $f$  non è differenziabile su  $\mathbf{R}^2$  per un numero finito di valori di  $\alpha$ .

- 8.A Solo la prima. Solo la seconda. **8.B**  
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **8.D**

9. Sia  $D$  il cerchio centrato nell'origine di raggio 1. Allora  $\int \int_D |x - y| dx dy =$

- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $4\sqrt{2}/3$  **9.B**  
 9.C  $2\sqrt{3}/3$   $2\sqrt{2}/3$  **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	A	D	B	C	C	C	A	B	