

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. $y(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{16}x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$ è lo sviluppo di Taylor al secondo ordine della funzione $y = y(x)$ definita implicitamente da:

- 1.A $y + e^y = x^2 + e^{-x}$ 1.B $y + x^2 + e^{-x} = e^y$
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.D $y + e^{-x} = x^2 + e^y$

2. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $\begin{cases} (y' - \frac{1}{x})e^y + x^3 = 0 \\ y(1) = \ln(2/3) \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): φ ammette un asintoto verticale (2): I è limitato.
 2.A Entrambe. Solo la prima. 2.B
 2.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.D

3. Si consideri l'equazione integrale $y(x) = 3 + \int_0^x (3 - 2y(t)) \sin t \, dt$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Ammette un'unica soluzione massimale definita su tutto \mathbf{R} .
 (2) Ammette almeno una soluzione, ma definita al più su un sottoinsieme proprio di \mathbf{R} .

- 3.A Entrambe. Solo la seconda. 3.B
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. 3.D

4. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = (7 - \alpha) \sin^2(2x) + (9 - \alpha^2) \sinh(y^2 - 1)$. Allora i punti $(-\pi/2, 0)$ e $(\pi, 0)$ sono punti di minimo relativo per f se e solo se:

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $\alpha \in [-3, 3]$ o $-3 \leq \alpha \leq 3$. 4.B
 4.C $\alpha \in [-3, 3[$ o $-3 \leq \alpha < 3$. $\alpha \in]-3, 3[$ o $-3 < \alpha < 3$. 4.D

5. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione data da $f_n(x) = 2n(n^3x - n^3 - 4)\chi_{]1 + 4n^{-3}, 1 + 5n^{-3}[}(x) - 2n(n^3x - n^3 - 6)\chi_{]1 + 5n^{-3}, 1 + 6n^{-3}[}(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) La successione f_n converge uniformemente su qualunque compatto di \mathbf{R} .
 (2) La successione f_n converge puntualmente su \mathbf{R} .

- 5.A Entrambe. Solo la prima. **5.B**
 5.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **5.D**

6. Siano (X, d) uno spazio metrico ed A un sottoinsieme non vuoto di X . Allora:

- 6.A $\overset{\circ}{A} \cap \partial A = \emptyset \Rightarrow A$ chiuso. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**
 6.C A aperto $\Rightarrow A \cap \partial A = \emptyset$. $\partial A \neq \emptyset \Rightarrow A$ aperto **6.D**

7. Per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n(x) = \begin{cases} \frac{(nx)^n}{n!} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{n!}{\sqrt{1+(nx)^4} - n^2} & \text{se } x < 0. \end{cases}$ Sia I l'insieme di convergenza puntuale della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) I è sconnesso.
 (2) I è chiuso.

- 7.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.B**
 7.C Solo la prima. Entrambe. **7.D**

8. Sia $\alpha > 0$ e sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da

$$f(x, y) = x^\alpha \ln \left(\frac{x^4 + 5y^4}{x^4 + y^4} \right) \text{ se } (x, y) \neq (0, 0) \text{ e } f(0, 0) = 0.$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\alpha > 1 \Rightarrow f$ differenziabile su \mathbf{R}^2
 (2) f non è differenziabile su \mathbf{R}^2 per un numero finito di valori di α .

- 8.A Solo la prima. Solo la seconda. **8.B**
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **8.D**

9. Sia D il cerchio centrato nell'origine di raggio 1. Allora $\int \int_D |x - y| dx dy =$

- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. $4\sqrt{2}/3$ **9.B**
 9.C $2\sqrt{3}/3$ $2\sqrt{2}/3$ **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 21/22 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	A	D	B	C	C	C	A	B	