

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 8

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n(x) = 2 \operatorname{sen} \frac{x^2}{n} + 3 \frac{2-\sqrt{4-x^2}}{n}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) *Le f_n convergono puntualmente ma non uniformemente su $[-2, 2]$.*
 (2) *La successione $\int_{-2}^2 f_n(x) dx$ è di Cauchy.*

1.A Entrambe. **1.B** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
1.C Solo la prima. **1.D** Solo la seconda.

2. Sia A un aperto non vuoto in \mathbf{R}^2 e sia $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile su A . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\nabla f(x, y) = 0$ su $A \Rightarrow f$ è costante su A .
 (2) f è costante su $A \Rightarrow \nabla f(x, y) = 0$ su A .

2.A Entrambe. **2.B** Solo la prima.
2.C Solo la seconda. **2.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq (|x| - 1)^2\}$. Allora $\int \int_D (\cos x (x + \operatorname{tg} y) + 2xy + 3|x|) dx dy =$
3.A π **3.B** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
3.C $\pi/3$ **3.D** 1

4. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [x^2, \sqrt{|x|}]\}$ e $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = x + 2y - 3$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) *f ha un punto di massimo relativo, che è anche punto di massimo assoluto.*
 (2) *f ammette un punto di minimo locale.*

4.A Solo la seconda. **4.B** Solo la prima.

A.A. 20/21 - Scritto n. 8 **A.0**

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Entrambe. 4.D

5. Le funzioni $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ e $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sono tali che i problemi di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ e $\begin{cases} \dot{x} = g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R} . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \cdot g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R}
- (2) $\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su \mathbf{R}

5.A solo la (2)

entrambe 5.B

5.C nessuna

solo la (1) 5.D

6. È data la funzione $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ tale che l'uguaglianza $f(x, y) = 0$ soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di $(0, 0)$ definendo sia una funzione $y = \varphi(x)$, sia una funzione $x = \psi(y)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\varphi'(0) \cdot \psi'(0) = -1$
- (2) ψ è l'inversa di φ in un intorno di 0.

6.A Solo la prima.

Entrambe. 6.B

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la seconda. 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 8

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6

Compito A: D C D D A D