

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 5**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4

Risposta:           

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \begin{cases} \frac{x+1+n}{n(x+1)} & 0 \leq x \leq 2n \\ \frac{n^{-\alpha}}{x} & x > 2n. \end{cases}$  Quale/i

delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $f_n$  converge puntualmente su  $[0, +\infty[$ .  
 (2) Se  $\alpha > -1$ , allora  $f_n$  converge uniformemente su  $[0, +\infty[$ .

- 1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**  
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.D**

2. Siano  $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [0, x]\}$  ed  $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (y^2 + x^2 - 2x)y$ . Allora, necessariamente:

- 2.A  $f$  non ha massimo assoluto ma ha minimo assoluto.  $f$  ha punti di sella. **2.B**  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $f$  non ha nè massimo assoluto nè minimo assoluto. **2.D**

3. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $f: X \rightarrow X$  una funzione continua su  $X$  ed  $x: \mathbf{N} \rightarrow X$  una successione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f(x_n)$  ammette limite in  $X \Rightarrow x_n$  ammette limite in  $X$ .  
 (2)  $x_n$  ammette limite in  $X \Rightarrow f(x_n)$  ammette limite in  $X$ .

- 3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**  
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **3.D**

4. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $\varphi_\alpha$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} \dot{x} = (2-x) \arctan \operatorname{sen}^2 x \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $\alpha \in ]0, \pi[$ ,  $\varphi_\alpha$  è definita su  $\mathbf{R}$  e  $\varphi_\alpha(\mathbf{R}) = ]0, \pi[$ .  
 (2) Per ogni  $\alpha \in ]0, 2[$ ,  $\varphi_\alpha$  non ammette punti di minimo.

- 4.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**  
 4.C Entrambe. Solo la seconda. **4.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4

Compito A: C A D D