# Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
# Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 3

Matricola: | | | | | |

Cognome:........................................ Nome:..........................................

| Domanda: | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Risposta: | | | | |

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

**1.** *Sia, per* $n \in \mathbf{N}$, $f_n\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \dfrac{1+x+3nx^2}{1+3nx^2}$. *Siano* $P$ *ed* $U$ *i sottoinsiemi di* $\mathbf{R}$ *su cui le* $f_n$ *convergono, rispettivamente, puntualmente e uniformemente.*

**1.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
**1.B** $P = U$ è limitato
**1.C** $P = U = \mathbf{R}$
**1.D** $P = \mathbf{R}$, $U$ è limitato

**2.** *Sia* $\varphi\colon I \to \mathbf{R}$ *soluzione massimale di* $\begin{cases} y'' + 4xy' + 4e^{-2x^2} = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $I = \mathbf{R}$ *e* $\lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = 1$.
(2) $\varphi(1) = e^{-2}$.

**2.A** Solo la prima.
**2.B** Solo la seconda.
**2.C** Entrambe.
**2.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

**3.** *Sia* $X = \mathbf{C^0}([0,1];\mathbf{R})$ *munito delle distanze* $d_2(f,g) = \sqrt{\int_0^1 \left(g(x) - f(x)\right)^2 dx}$ *e* $d_\infty(f,g) = \sup_{[0,1]} \left|g(x) - f(x)\right|$. *Sia inoltre* $f_n \in X$ *definita per* $n \geq 3$ *da:*

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [0, \frac{1}{2} - \frac{1}{n}[ \\ 3\sqrt{2-n+2nx} & \text{se } x \in [\frac{1}{2} - \frac{1}{n}, \frac{1}{2}[ \\ 3\sqrt{2+n-2nx} & \text{se } x \in [\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{n}[ \\ 0 & \text{se } x \in [\frac{1}{2} + \frac{1}{n}, 1] \end{cases}$$

*Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f_n$ *converge alla funzione nulla in* $(X, d_2)$.
(2) $f_n$ *converge alla funzione nulla in* $(X, d_\infty)$.

**3.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **3.B**
**3.C** Entrambe. Solo la prima. **3.D**

**4.** *Sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ *data da* $f(x,y) = \big(y + (x+2)^2, 2x - 3y + 1\big)$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $f$ *soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione inversa in infiniti punti di* $\mathbf{R}^2$.

(2) *Esiste una* $g\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ *tale che* $(f \circ g)(x,y) = (x,y) = (g \circ f)(x,y)$ *per ogni* $(x,y) \in \mathbf{R}^2$.

**4.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la prima. **4.B**
**4.C** Entrambe. Solo la seconda. **4.D**

Risposte esatte:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Compito A: | C | B | D | B |