

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 7

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia T la regione di \mathbf{R}^2 delimitata dal triangolo di vertici $(-9, 0)$, $(9, 0)$, $(0, 9)$ e sia $f: T \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione data da $f(x, y) = \sqrt{(x+9)^2 + (y-9)^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f(T) = [9/\sqrt{2}, 9\sqrt{5}]$.

(2) f ammette un unico punto di minimo assoluto.

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Entrambe. **1.B**

1.C Solo la seconda.

Solo la prima. **1.D**

2. Si consideri la serie di potenze $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{n^2} (z-3)^n$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Il raggio di convergenza è $\exp(-1/3)$.

(2) Vista come funzione reale di variabile reale, ha come somma una funzione non derivabile in $x = 3$.

2.A Entrambe.

Solo la prima. **2.B**

2.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. Siano $\mathcal{D} = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}$ e $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (1+y) \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \right)^{10}$. Allora, si ha $\iint_{\mathcal{D}} f(x, y) dx dy =$

3.A $\pi/2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**

3.C $3\pi/7$

$6\pi/11$ **3.D**

4. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} y'' = (y')^3 \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Ammette una soluzione massimale $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$, con $I \subseteq \mathbf{R}$, tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = -\infty$.

(2) Può essere riscritto in modo da soddisfare alle ipotesi del Teorema di Cauchy Globale.

- 4.A Entrambe. Solo la prima. 4.B
 4.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.D

5. Sia (X, d) uno spazio metrico, sia $A \subseteq X$ non vuoto e sia $x: \mathbf{N} \rightarrow A$ una successione convergente ad un punto x_∞ in X . È allora necessariamente vero che:

- 5.A $x_\infty \in \bar{A}$ $x_\infty \in \partial A$ 5.B
 5.C x_∞ è di accumulazione per A . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = (-1)^n \exp\left(-\frac{x^2+1}{n^3}\right) \chi_{[n-1, n]}(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge uniformemente su ogni sottoinsieme chiuso di \mathbf{R} .
 (2) f_n converge puntualmente su \mathbf{R} .

- 6.A Solo la prima. Entrambe. 6.B
 6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 6.D

7. Al variare di $a \in \mathbf{R}$, sia $f_a(x, y) = x + x^2y + ay + e^{xy} - 1 + \sin(xy)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall a \in \mathbf{R}$, $f_a(x, y) = 0$ grazie al Teorema della Funzione Implicita definisce $y = \varphi(x)$ in un intorno di $(0, 0)$.
 (2) Se $a = 1/2$ e $y = \varphi(x)$ è definita da $f_{1/2}(x, y) = 0$, si ha $\varphi'(0) = -2$.

- 7.A Solo la seconda. Entrambe. 7.B
 7.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7.D

8. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = (4x^2 - y^2)e^{x-2y}$ ogniqualvolta $y > 2|x|$ ed $f(x, y) = 0$ altrimenti. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è continua negli stessi punti in cui è differenziabile.
 (2) Se $y = 2|x|$, f non è differenziabile in (x, y) .

- 8.A Solo la prima. Entrambe. 8.B
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 8.D

9. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(\sqrt{2}) = 0 \end{cases}$ ammetta almeno 2 soluzioni distinte definite su \mathbf{R} . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f non è continua su \mathbf{R} .
 (2) f è strettamente positiva su \mathbf{R} .

- 9.A solo la prima. Entrambe. 9.B
 9.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 7

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	B	D	B	A	D	A	C	D	