

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico e  $f, g: X \rightarrow X$  due funzioni. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.
- 1.B  $f$  contrazione su  $X$  e  $g$  Lipschitz su  $X \Rightarrow f \circ g$  contrazione su  $X$ .
- 1.C  $f$  continua su  $X$  e  $g$  Lipschitz su  $X \Rightarrow f \circ g$  Lipschitz su  $X$ .
- 1.D  $f$  contrazione su  $X$  e  $g$  continua su  $X \Rightarrow f \circ g$  Lipschitz su  $X$ .

2. Siano  $T$  il triangolo di vertici  $(0, 1)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(-3, 0)$  e  $D$  l'intersezione tra il primo quadrante ed il cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio 1. Sia inoltre  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} y^3 \cosh x + xy|y| & \text{se } x \leq 0 \\ 2x\sqrt{|y|} & \text{se } x > 0. \end{cases}$  Allora

$$\int \int_{T \cup D} f(x, y) dx dy =$$

- 2.A  $24/7$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**
- 2.C  $3/8$  8/21 **2.D**

3. Sia  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ , con  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |xy^2| \leq 1\}$  definita da  $f(x, y) = \frac{\arcsen(xy^2)}{3x^2 + 2y^2}$  se  $(x, y) \in A \setminus \{(0, 0)\}$  e  $f(0, 0) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è differenziabile su  $A$ .
- (2)  $f$  ammette entrambe le derivate parziali in  $(0, 0)$ .

- 3.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.B**
- 3.C Solo la prima. Solo la seconda. **3.D**

4. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica che in  $x \in ]-\pi/2, \pi/2[$  assume il valore  $f(x) = \sqrt{2}|x|$  mentre per  $|x| \in [\pi/2, \pi]$  vale  $f(x) = 0$ . Detti  $a_n, b_n$  i suoi coefficienti di Fourier, si ha  $b_1 + a_2 + b_3 =$

- 4.A  $\sqrt{2}/\pi^2$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**
- 4.C  $(\pi + 1)/2$   $-\sqrt{2}/\pi$  **4.D**

5. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \arctan x \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\alpha < 0 \Rightarrow \varphi$  è inferiormente limitata.
- (2)  $\alpha > 0 \Rightarrow I = \mathbf{R}$  e  $\varphi$  è convessa su  $\mathbf{R}$ .

**5.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **5.B**  
**5.C** Solo la prima. Entrambe. **5.D**

**6.** Sia  $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  soddisfacente alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di  $(0, 1)$  e sia  $y = \varphi(x)$  la funzione così definita in un intorno di  $(0, 1)$ . Si ha inoltre che  $\partial_y f(x, y) = 3x \ln(1 + x^2 + y^2) + y e^x (2xy^5 + 2\cos(x^2y))$  e che  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)-1}{x} = 1$ . Allora:

**6.A**  $\partial_x f(0, 1) = 4$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **6.B**  
**6.C**  $\partial_x f(0, 1) = -2$   $\partial_x f(0, 1) = -1$  **6.D**

**7.** Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = (e^{(x-1)^2} - 1)^2 \ln(1 + y^2) + x^2 - 2x + 9$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette una circonferenza costituita da punti stazionari.  
 (2)  $f$  ammette (almeno) un punto di massimo assoluto.

**7.A** Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **7.B**  
**7.C** Entrambe. Solo la prima. **7.D**

**8.** Al variare di  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = 2 - n \operatorname{sen} \left( \frac{x \arctan x \ln(x^2 + 2)}{n^2} \right)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f_n$  converge uniformemente su  $[0, e^{100}]$ .  
 (2) Il limite puntuale delle  $f_n$  è una funzione continua ovunque è definita.

**8.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Entrambe. **8.B**  
**8.C** Solo la seconda. Solo la prima. **8.D**

**9.** Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} y' = \frac{8x}{1+4x^2} y + 4x^2 + 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$  Quale delle seguenti affermazioni è vera?

**9.A** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\varphi(1) = 4$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = +\infty$ . **9.B**  
**9.C**  $\varphi$  ammette (almeno) un asintoto.  $\varphi$  è una funzione dispari illimitata. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	D	D	D	B	C	B	B	D	