

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. È data la funzione  $f \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  tale che l'uguaglianza  $f(x, y) = 0$  soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di  $(0, 0)$  definendo sia una funzione  $y = \varphi(x)$ , sia una funzione  $x = \psi(y)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi$  è l'inversa di  $\psi$  in un intorno di 0.  
 (2)  $\varphi'(0) \cdot \psi'(0) = 1$

1.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 1.B  
 1.C Entrambe. Solo la seconda. 1.D

2. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} y' - y \cos x = e^{\sin x} \ln x \\ y(e) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\inf I = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x) = 0$ .  
 (2)  $\sup I = +\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$ .

2.A Entrambe. Solo la prima. 2.B  
 2.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 2.D

3. Sia  $A$  un aperto non vuoto in  $\mathbf{R}^2$  e sia  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  una funzione derivabile su  $A$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\nabla f(x, y) = 0$  su  $A \Rightarrow f$  è costante su  $A$ .  
 (2)  $f$  è costante su  $A \Rightarrow \nabla f(x, y) = 0$  su  $A$ .

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. 3.B  
 3.C Entrambe. Solo la prima. 3.D

4. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq (|x| - 1)^2\}$ . Allora  $\int \int_D (\cos x (x + \operatorname{tg} y) + 2xy + 3|x|) dx dy =$

- 4.A  $\pi$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 4.B  
 4.C  $\pi/3$  1 4.D

5. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $C$  un sottoinsieme chiuso di  $X$  e  $K$  un sottoinsieme compatto di  $X$ , entrambi non vuoti. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $C \cap K$  o è vuoto, o è un compatto.  
 (2)  $C \cup K$  o è vuoto, o è un compatto.

- 5.A Solo la seconda. Solo la prima. 5.B  
 5.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 5.D

6. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \in [x^2, \sqrt{|x|}]\}$  e  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x + 2y - 3$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ha un punto di massimo relativo, che è anche punto di massimo assoluto.  
 (2)  $f$  ammette un punto di minimo locale.

- 6.A Solo la seconda. Entrambe. 6.B  
 6.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 6.D

7. Per  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ , sia  $f_n(x) = 2 \sin \frac{x^2}{n} + 3 \frac{2 - \sqrt{4 - x^2}}{n}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Le  $f_n$  convergono puntualmente ma non uniformemente su  $[-2, 2]$ .  
 (2) La successione  $\int_{-2}^2 f_n(x) dx$  è di Cauchy.

- 7.A Solo la seconda. Entrambe. 7.B  
 7.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 7.D

8. Le funzioni  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  e  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sono tali che i problemi di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$  e  $\begin{cases} \dot{x} = g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$  soddisfano alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su  $\mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \cdot g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su  $\mathbf{R}$   
 (2)  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy globale su  $\mathbf{R}$

- 8.A solo la (2) solo la (1) 8.B  
 8.C entrambe nessuna 8.D

9. La serie di potenze  $\sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{n! + 1}{(n+3)!} \right)^{n/\ln n} (x-1)^n$  ha raggio di convergenza

- 9.A  $e^{-3}$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. 9.B  
 9.C  $1/e$   $e^3$  9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 20/21 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	A	B	D	B	B	A	A	D	