

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4

Risposta:           

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  e  $x \in \mathbf{R}$ . Si consideri la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + \frac{e^x}{n^\alpha} - \ln\left(1 + \frac{e^x}{n^\alpha}\right) - \cos\left(\frac{e^x}{n^\alpha}\right)}{\ln^\beta n}.$$

Questa serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$  se e solo se

- 1.A  $\alpha > 1/2$  e  $\beta > 3$ .  
 1.C  $\alpha = 1/2$  e  $\beta \in \mathbf{R}$ .

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **1.B**  
 $\alpha > 1/4$  e  $\beta > 1$ . **1.D**

2. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = (1+y)^3 \operatorname{sen} y \\ y(0) = \sqrt{2} \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  è limitata.  
 (2)  $I$  è limitato e  $\varphi$  è illimitata.

2.A Entrambe.

Solo la prima. **2.B**

2.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = y^2 + 2ye^{x-1} + 2x^2$ . Siano inoltre  $S = \{v \in \mathbf{R}^2 : \|v\| = 1\}$  e  $g: S \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $g(v) = D_v f(1, 1)$  la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, 1)$  nella direzione  $v$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $g$  ammette minimo assoluto in  $(\frac{-3\sqrt{13}}{13}, \frac{-2\sqrt{13}}{13})$ .  
 (2)  $f$  è una funzione non limitata.

3.A Entrambe.

Solo la seconda. **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Solo la prima. **3.D**

4. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2x \leq -3y \leq 1 + 2x\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -2y + 2 \leq 3x \leq e - 2y\}$ . Allora

$$\int \int_{A \cap B} \frac{\exp(2x + 3y)}{(3x + 2y) \ln(3x + 2y)} dx dy =$$

- 4.A  $\frac{e}{3} \ln \ln 3$   
 4.C  $\frac{1-e}{2e} \ln 2$

$\frac{1-e}{5e} \ln \ln 2$  **4.B**

Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.D**

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4

Risposta:           

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = (1+x)^3 \operatorname{sen} x \\ x(0) = \sqrt{2} \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  è illimitata.  
 (2)  $I$  è limitato e  $\varphi$  è limitata.

- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta. Solo la seconda. **1.B**  
 1.C Entrambe. Solo la prima. **1.D**

2. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2y \leq -3x \leq 1 + 2y\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -2x + 2 \leq 3y \leq e - 2x\}$ . Allora

$$\int \int_{A \cap B} \frac{\exp(3x + 2y + 1)}{(2x + 3y) \ln(2x + 3y)} dx dy =$$

- 2.A  $\frac{1-e}{2} \ln 2$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.B**  
 2.C  $\frac{1-e}{5} \ln \ln 2$   $\frac{e}{3} \ln \ln 3$  **2.D**

3. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^2 + 2x e^{y-1} + 2y^2$ . Siano inoltre  $S = \{v \in \mathbf{R}^2 : \|v\| = 1\}$  e  $g: S \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $g(v) = D_v f(1, 1)$  la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, 1)$  nella direzione  $v$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $g$  ammette minimo assoluto in  $(\frac{-2\sqrt{13}}{13}, \frac{-3\sqrt{13}}{13})$ .  
 (2)  $f$  è una funzione non limitata.

- 3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**  
 3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Siano  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  e  $x \in \mathbf{R}$ . Si consideri la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + \frac{e^x}{n^\alpha} - \ln\left(1 + \frac{e^x}{n^\alpha}\right) - \cos\left(\frac{e^x}{n^\alpha}\right)}{\ln^\beta n}.$$

Questa serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$  se e solo se

- 4.A  $\alpha > 1/2$  e  $\beta > 3$ .  $\alpha = 1/2$  e  $\beta \in \mathbf{R}$ . **4.B**  
 4.C  $\alpha > 1/4$  e  $\beta > 1$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.D**

**Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 4**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4

Risposta:           

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  e  $x \in \mathbf{R}$ . Si consideri la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + \frac{\pi^x}{n^\alpha} - \ln\left(1 + \frac{\pi^x}{n^\alpha}\right) - \cos\left(\frac{\pi^x}{n^\alpha}\right)}{\ln^\beta n}.$$

Questa serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$  se e solo se

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

$\alpha = 1/2$  e  $\beta \in \mathbf{R}$ .    1.B

1.C  $\alpha > 1/2$  e  $\beta > 3$ .

$\alpha > 1/4$  e  $\beta > 1$ .    1.D

2. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2x \leq -3y \leq 1 + 2x\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -2y + 2 \leq 3x \leq e - 2y\}$ . Allora

$$\iint_{A \cap B} \frac{\exp(2x + 3y + 2)}{(3x + 2y) \ln(3x + 2y)} dx dy =$$

2.A  $\frac{e}{3} \ln \ln 3$

$\frac{e - e^2}{2} \ln 2$     2.B

2.C  $\frac{e - e^2}{5} \ln \ln 2$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    2.D

3. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x^2 + 2x e^{y-1} + 2y^2$ . Siano inoltre  $S = \{v \in \mathbf{R}^2 : \|v\| = 1\}$  e  $g: S \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $g(v) = D_v f(1, 1)$  la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, 1)$  nella direzione  $v$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è una funzione limitata.

(2)  $g$  ammette minimo assoluto in  $(\frac{-2\sqrt{13}}{13}, \frac{-3\sqrt{13}}{13})$ .

3.A Solo la seconda.

Solo la prima.    3.B

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

Entrambe.    3.D

4. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = (1+x)^3 \operatorname{sen} x \\ x(0) = \sqrt{2}. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $I$  è limitato e  $\varphi$  è illimitata.

(2)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  è limitata.

4.A Entrambe.

Solo la seconda.    4.B

4.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta.    4.D

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4

Risposta:           

Per ognuna delle 4 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 3 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2y \leq -3x \leq 1 + 2y\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -2x + 2 \leq 3y \leq e - 2x\}$ . Allora

$$\int \int_{A \cap B} \frac{\exp(3x + 2y)}{(2x + 3y) \ln(2x + 3y)} dx dy =$$

1.A  $\frac{e}{3} \ln \ln 3$   $\frac{e^{-1} - 1}{2} \ln 2$  **1.B**

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta.  $\frac{e^{-1} - 1}{5} \ln \ln 2$  **1.D**

2. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = y^2 + 2y e^{x-1} + 2x^2$ . Siano inoltre  $S = \{v \in \mathbf{R}^2 : \|v\| = 1\}$  e  $g: S \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $g(v) = D_v f(1, 1)$  la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, 1)$  nella direzione  $v$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $g$  ammette minimo assoluto in  $(\frac{-3\sqrt{13}}{13}, \frac{-2\sqrt{13}}{13})$ .  
 (2)  $f$  è una funzione limitata.

2.A Solo la seconda. Solo la prima. **2.B**

2.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **2.D**

3. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = (1+y)^3 \operatorname{sen} y \\ y(0) = \sqrt{2}. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è limitato e  $\varphi$  è illimitata.  
 (2)  $I$  è illimitato e  $\varphi$  è limitata.

3.A Entrambe. Solo la seconda. **3.B**

3.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **3.D**

4. Siano  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  e  $x \in \mathbf{R}$ . Si consideri la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + \frac{\sqrt{2}^x}{n^\alpha} - \ln\left(1 + \frac{\sqrt{2}^x}{n^\alpha}\right) - \cos\left(\frac{\sqrt{2}^x}{n^\alpha}\right)}{\ln^\beta n}.$$

Questa serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$  se e solo se

4.A  $\alpha > 1/2$  e  $\beta > 3$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta. **4.B**

4.C  $\alpha = 1/2$  e  $\beta \in \mathbf{R}$ .  $\alpha > 1/4$  e  $\beta > 1$ . **4.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 19/20 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4
Compito A:	B	B	A	B
Compito B:	A	C	A	D
Compito C:	A	C	A	B
Compito D:	D	B	B	B