

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Al variare di $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ ed $\alpha \in \mathbf{R}$, sia $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = n^\alpha (1 - x^2)^n x + \frac{\sin(nx)}{\sqrt{n}}$. Sia f il limite puntuale di f_n , ove esiste finito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f_n \xrightarrow{u} f$ su $[0, 1] \iff \alpha < 1/2$.

(2) Se $\alpha \leq 0$, allora $f_n \xrightarrow{p} f$ su $[0, 1]$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$.

- | | |
|---|---------------------------|
| 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta | Entrambe. 1.B |
| 1.C Solo la seconda. | Solo la prima. 1.D |

2. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = e^{-x^2} + t^4 \\ x(0) = 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Questo Problema di Cauchy ammette un'unica soluzione definita su tutto \mathbf{R} .
 (2) Questo Problema di Cauchy ammette una soluzione non negativa.

- | | |
|--------------------|--|
| 2.A Entrambe. | Solo la seconda. 2.B |
| 2.C Solo la prima. | Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.D |

3. Data $\varphi \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ con $\varphi' < 0$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \varphi(2(x - y)^2 - x^4 - y^4)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ha esattamente 2 punti di minimo locale distinti.
 (2) f non ha punti di massimo locale.

- | | |
|----------------------|--|
| 3.A Solo la seconda. | Solo la prima. 3.B |
| 3.C Entrambe. | Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.D |

4. Si vuole riscrivere l'equazione $2x^{51} + \sinh(y + x^2 + y^2) + \ln(e + x^2 + y^2) = 1$ in forma equivalente come $y = \varphi(x)$ in un intorno di $(0, 0)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Il Teorema della Funzione Implicita assicura che ciò è possibile.

(2) $x = 0$ è punto di massimo locale per φ .

4.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B

4.C Solo la seconda.

Entrambe. 4.D

5. In \mathbf{R}^2 munito della metrica euclidea, sia $A = [0, \pi] \times [\sqrt{2}, +\infty[$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| + |y| < 1\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) A è completo.

(2) B è completo.

5.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. 5.B

5.C Entrambe.

Solo la seconda. 5.D

6. Siano $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$ ed Ω il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(3/2, 3/2)$, $(2, 0)$ e $(1/2, -3/2)$.

Sia $f(x, y) = \begin{cases} (y - x) \cos\left(\frac{\pi}{4}(3x + y)\right) & (x, y) \in \Omega \\ 0 & (x, y) \in C \setminus \Omega \end{cases}$. Allora, $\iint_C f(x, y) dx dy =$

6.A $2/\pi$

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B

6.C $2\pi/9$

$2\pi - 6$ 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B C C D B A