Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 4

Matricola: | | | | | | |

Cognome:.. Nome:..

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:									

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. *Al variare di* $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, *sia* $f_n \colon [0, +\infty[\to \mathbf{R}$ *data da* $f_n(x) = \begin{cases} 2(x^2 - x)^n & \text{se } x \in [0,1] \\ 3(x-1)x^{-n} & \text{se } x \in]1, +\infty[. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f_n *converge puntualmente su* $[0, +\infty[$.

(2) *Il limite uniforme di* f_n *è una funzione derivabile nei punti interni al suo dominio.*

1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**
1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **1.D**

2. *Sia* $\varphi \colon I \to \mathbf{R}$ *la soluzione massimale del Problema di Cauchy* $\begin{cases} 2y' + \operatorname{sen} x = 1 + (2y - \cos x)^2 \\ y(\pi) = -1/2\,. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $\varphi(0) = 1/2$.

(2) I *è un aperto limitato.*

2.A Solo la prima. Entrambe. **2.B**
2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **2.D**

3. *Si consideri il Problema di Cauchy* $\begin{cases} \dot{x} = e^{x^2 - 4x + 3} - 1 \\ x(0) = x_o\,. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Se* $x_o \in [1,3]$, *esiste un'unica soluzione definita su* $\mathbf{R}$.

(2) *Per ogni* $x_o \in \mathbf{R}$, *le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.*

3.A Entrambe. Solo la prima. **3.B**
3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. *Si consideri* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *data da* $f(x,y) = \exp\arctan\sqrt{x^2+y^2}$ *vincolata a* $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + 4y^2 = 1\right\}$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Vi sono 2 punti di minimo assoluto.*

(2) *Il massimo assoluto è* $\exp(\pi/4)$.

4.A Entrambe. — Solo la seconda. **4.B**

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la prima. **4.D**

5. *Sia* $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \in [1/2,\, 1] \text{ e } y \in [x^2, \sqrt{|x|}]\right\}$. *Allora,* $\int\int_\Omega \left(\frac{1}{3y} + 3xe^{x^2+y^2}\right) dx\, dy =$

5.A $\ln 2$ — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**

5.C $e^{1/5}/2$ — $(1-\ln 2)/2$ **5.D**

6. *In* $\mathbf{R}^n$, *posto* $x \equiv (x_1,\ldots,x_n)$ *e* $y \equiv (y_1,\ldots,y_n)$, *siano* $d'(x,y) = \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|$ *e* $d''(x,y) = \min\limits_{i=1,\ldots,n} |y_i - x_i|$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) $(\mathbf{R}^n, d')$ *è uno spazio metrico completo.*

(2) $(\mathbf{R}^n, d')$ *e* $(\mathbf{R}^n, d'')$ *sono spazi metrici con metriche equivalenti.*

6.A Solo la seconda. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**

6.C Entrambe. — Solo la prima. **6.D**

7. *Sia* φ *una funzione tale che* $y = \varphi(x)$ *equivale all'equazione* $\frac{x^3}{3} - y^3 = xy$ *in un intorno di* $(-(2/3)^{1/3}, (4/9)^{1/3})$. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Il Teorema della Funzione Implicita assicura esistenza ed unicità di* φ.

(2) $x = -(2/3)^{1/3}$ *è punto di minimo locale per* φ.

7.A Solo la seconda. — Solo la prima. **7.B**

7.C Entrambe. — Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. *Sia* $\alpha \in \mathbf{R}$ *e sia* $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ *definita da* $f(x,y) = \begin{cases} \left|y - x^2\right| |x|^\alpha & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$ *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) f *è differenziabile in* $(0,0) \iff \alpha > 0$.

(2) $\forall y_o \in \mathbf{R}$, f *è differenziabile in* $(0, y_o) \iff \alpha > 1$.

8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la prima. **8.B**

8.C Solo la seconda. — Entrambe. **8.D**

9. *Sia* $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *la funzione* 2π*-periodica tale che* $f(x) = 3$ *per* $x \in [-\pi, 0[$ *e* $f(x) = 5$ *per* $x \in [0, \pi[$. *Siano* a_k *e* b_k *i coefficienti di Fourier di* f. *Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?*

(1) *Per infiniti* k, *vale* $a_k = b_k = 0$.

(2) *La serie di Fourier di* f *converge puntualmente ma non uniformemente su tutto* $\mathbf{R}$.

9.A Entrambe. — Solo la seconda. **9.B**

9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta — Solo la prima. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	D	A	A	D	D	B	B	A	