

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 3

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $\alpha \geq 0$ e $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f_\alpha: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_\alpha(x, y) = \alpha y^2 + e^{-2x^2}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per infiniti valori di α , $\min_{\mathcal{D}} f_\alpha = \alpha + 1/e^2$.
 (2) $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ tale che $\max_{\mathcal{D}} f_\alpha = 1$.

1.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1.B
 1.C Solo la prima. Solo la seconda. 1.D

2. Sia Q il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(3, 3)$, $(0, 5)$ e $(-3, 2)$. Allora $\iint_Q \frac{(x-y) \ln(1+2x+3y)}{1+2x+3y} dx dy =$

2.A $-(5/4) \ln^2 16$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.B
 2.C $-10 \ln^2 2$ $-5 \ln 2$ 2.D

3. Sia $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}, \mathbf{R})$ tale che $|f(x)| \leq 4|x|$ e si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = f(x^2) \\ x(0) = x_0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Questo problema, per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$, ammette un'unica soluzione definita su \mathbf{R} .
 (2) Esiste al più un $x_0 \in \mathbf{R}$ tale che questo problema ha una soluzione stazionaria.

3.A Solo la prima. Entrambe. 3.B
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la Seconda. 3.D

4. Siano $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, $a > 1$ e $f_n: [0, a] \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \begin{cases} 3n^2 x & \text{se } x \in [0, 1/n[, \\ \frac{3an}{a-1} + \frac{3n^2 x}{1-a} & \text{se } x \in [1/n, a/n[, \\ 0 & \text{se } x \in [a/n, a]. \end{cases}$ Quale/i delle

seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f_n converge puntualmente in $[0, a]$.
 (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^a f_n(x) dx = \int_0^a (\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)) dx$.

- 4.A Entrambe. Solo la seconda. 4.B
 4.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Sia (X, d) uno spazio metrico compatto e sia A un sottoinsieme non vuoto di X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se A è chiuso, allora A è compatto.
 (2) Se A è limitato, allora A è compatto.

- 5.A Solo la prima. Solo la seconda. 5.B
 5.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Dati $\alpha \in \mathbf{R}$ e $\beta \in [0, +\infty[$, sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\alpha x^2 - 4|xy|^\beta + \alpha y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è continua in $(0, 0) \iff \beta \geq 1$.
 (2) f è differenziabile in $(0, 0) \iff \beta > 3/2$.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 6.B
 6.C Solo la prima. Entrambe. 6.D

7. Dato il Problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{1 - y \operatorname{sen} x}{\cos x} \\ y(\pi) = 2, \end{cases}$ sia φ una sua soluzione massimale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^+} \varphi(x)$ esiste finito. (2): φ è una funzione pari.

- 7.A Entrambe. Solo la seconda. 7.B
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 7.D

8. Sia $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ data da $f(x, y, z) = \left(\operatorname{sen} x - 2y + 3z, \int_1^x \ln(\sqrt{2} + t^8) dt, \cos x + y - 2z \right)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f è localmente invertibile in un intorno di qualunque punto di \mathbf{R}^3 .
 (2) f è iniettiva.

- 8.A Solo la seconda. Solo la prima. 8.B
 8.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 8.D

9. Sia A l'insieme di convergenza puntuale della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{3n} \right)^{n-1} \left(\frac{2^x - 5}{3 \cdot 2^x + 2^{2x}} \right)^n$, con $x \in \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): A è illimitato. (2): A è aperto.

- 9.A Solo la seconda. Entrambe. 9.B
 9.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 18/19 - Scritto n. 3

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	D	A	C	C	A	B	D	D	B	