

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 6**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                 

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$  data da  $f(x, y) = \begin{bmatrix} 2x - y \\ y^2 \\ \cos(xy) \end{bmatrix}$  e sia  $g: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$  differenziabile in  $(0, 1, 1)$  con  $g(0, 1, 1) = \begin{bmatrix} 1/2 \\ \pi \end{bmatrix}$

e  $Dg(0, 1, 1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ . Sia  $h = f \circ g$ . Allora  $\det Dh(0, 1, 1) =$

- 1.A 0 Nessuna delle altre affermazioni è esatta    **1.B**  
 1.C -1  $\pi$     **1.D**

2. Sia  $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  una funzione che soddisfi alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di  $(1, 2)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $(f(x, y))^2 = 0$  definisce un'unica funzione implicita in un intorno di  $(1, 2)$   
 (2)  $(f(x, y))^2 = 0$  soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione Implicita in un intorno di  $(1, 2)$

- 2.A Entrambe Solo la seconda    **2.B**  
 2.C Nessuna delle due Solo la prima    **2.D**

3. Sia  $A$  l'insieme di convergenza puntuale della successione  $f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{2^{nx}} + \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{2^{h+1}}{5^h}$  e sia  $f$  il limite puntuale.

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $A$  è limitato  
 (2)  $f_n \xrightarrow{u} f$  su  $A$

- 3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe    **3.B**  
 3.C Solo la prima Solo la seconda    **3.D**

4. Si consideri il Problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = (y - \sin x)^2 + 1 + \cos x \\ y(0) = 0 \end{cases}$  e sia  $A$  l'intervallo massimale su cui ne è definita la soluzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $A$  è illimitato.  
 (2)  $A$  è aperto e limitato.

- 4.A Entrambe. Solo la seconda. 4.B  
 4.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $x_*$  un punto di  $X$  ed  $x: \mathbf{N} \rightarrow X$  una successione convergente a  $x_*$ . Allora, necessariamente:

- 5.A  $x(\mathbf{N}) \cup \{x_*\}$  è connesso. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B  
 5.C Per  $n$  grande,  $d(x_n, x_*) < 1/2$ .  $x(\mathbf{N})$  è aperto. 5.D

6. Sia  $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \ 0 \leq y \leq \sqrt{2\pi} \ e \ x^2 + y^2 \geq 1\}$ . Allora  $\int \int_T xy \cos(x^2 + y^2) dx dy =$

- 6.A  $-\sin 1 + \frac{2-\pi}{8}(1 - \cos 1)$  Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B  
 6.C  $\frac{1}{2} \cos 1 - \frac{1}{8} - \frac{\sin 1}{4}$   $(1 - \sin 1 - \cos 1)/4$  6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A D A B C D