

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = 2x^2 - 3y^3 + 2 \arctan(\cos x - 1)$ e sia φ la funzione tale che $y = \varphi(x)$ equivalga a $f(x, y) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) φ è univocamente definita su tutto \mathbf{R} .
 (2) In un intorno di $(0, 0)$, il Teorema della Funzione Implicita assicura l'esistenza di φ .

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **1.B**
 1.C Entrambe. Solo la seconda. **1.D**

2. Sia $\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} \leq 1 \right\}$. Allora $\int \int_Q \left(\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} \right)^\pi dx dy =$

2.A $\frac{6\pi}{1+\pi}$ Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**
 2.C $\frac{6\pi}{1+\sqrt{\pi}}$ $\frac{6\sqrt{\pi}}{1+\sqrt{\pi}}$ **2.D**

3. Al variare di $x_0 \in \mathbf{R}$, si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \min \{ \sin x, x^2 \} \\ x(0) = x_0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per nessun $x_0 \in \mathbf{R}$, la soluzione è stazionaria.
 (2) Per ogni $x_0 \in \mathbf{R}$, c'è un'unica soluzione definita su tutto \mathbf{R} .

3.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**
 3.C Entrambe. Solo la prima. **3.D**

4. Sia $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale di $\begin{cases} y'' + 6y' + 9y = 9x - 3 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1): φ ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$. (2): $\varphi(2) = 1 + 2e^{-6}$.
 4.A Solo la prima. Entrambe. **4.B**

4.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la seconda. 4.D

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2+y^2}{x} & \text{se } x > 0, \\ \sinh y & \text{se } x = 0, \\ \frac{|xy^3|}{2x^2+3y^2} & \text{se } x < 0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente

vera/e?

(1): Esiste finito il $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$.

(2): Esiste la derivata parziale $\partial_y f(0, 0)$.

5.A Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B

5.C Solo la prima.

Solo la seconda. 5.D

6. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, con $\alpha < 0$, in \mathbf{R}^2 con la metrica euclidea, si consideri $E_\alpha = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \alpha \leq y \leq \frac{-|x|}{1+|x|} \right\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1): $\alpha \leq -1 \Rightarrow E_\alpha$ non è un compatto.

(2): E_α è compatto $\iff \alpha \in]-1, 0[$.

6.A Solo la seconda.

Entrambe. 6.B

6.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B A A B D B