

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 4**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

**1.** Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  data da  $f(x, y) = [x + 3|e^y|, 2 + y(3 + x)]$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è globalmente invertibile.  
 (2) Per infiniti  $(x_o, y_o) \in \mathbf{R}^2$ ,  $f$  è localmente invertibile in  $(x_o, y_o)$ .

**1.A** Solo la seconda.  
**1.C** Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B**  
 Entrambe. **1.D**

**2.** Siano  $X = \mathbf{C}^0([0, 2]; \mathbf{R})$ ,  $\varphi, \psi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  date da  $\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0, 1[ \\ x - 1 & x \in [1, 2] \end{cases}$  e  $\psi(x) = x^2$ . Sia inoltre, per ogni  $f, g \in X$ ,

$$d(f, g) = \sup_{x \in [0, 1]} |g(x) - f(x)| + \int_1^2 |g(x) - f(x)| dx.$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $d(\varphi, \psi) = 13/6$   
 (2)  $d$  è una distanza su  $X$ .

**2.A** Solo la seconda.  
**2.C** Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **2.B**  
 Solo la prima. **2.D**

**3.** Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin|x-y|}{x^2 \sinh y + 2 \sin(xy)} & x \geq 0, y \geq 0 \\ \text{altrimenti,} & \end{cases}$  e siano  $R = [0, \pi/2] \times [0, \pi/4]$ ,  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x < 0, x^2 + y^2 \leq \pi^2/16\}$ . Allora  $\int \int_{R \cup C} f(x, y) dx dy =$

- 3.A**  $\pi + 1/2$ .  
**3.C**  $(\pi - 1)/2$ .
- Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**  
 $-1 + \pi/2$ . **3.D**

4. Per  $\alpha > 1/3$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + |y|^{3\alpha-1}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } y > 2x, \\ 2x^2 - 3y^4 & \text{se } y \leq 2x. \end{cases}$  Allora,  $f_\alpha$  è differenziabile in

(0, 0) se e solo se

4.A  $\alpha \in ]1/3, 1[$ .

4.C  $\alpha \in ]1, 4[$ .

$\alpha > 1$ . 4.B

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Sia  $X \subseteq \mathbf{R}^2$  l'insieme di definizione della funzione  $f(x, y) = \sqrt[4]{4 - (\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f(X) = [0, \sqrt{2}]$ .  
 (2)  $f$  ammette un unico punto di massimo assoluto.

5.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B

5.C Solo la seconda.

Entrambe. 5.D

6. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} \dot{x} = (4-x)(\arctan x)^2 \\ x(0) = 1 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I \neq \mathbf{R}$ . (2)  $\varphi$  è strettamente crescente.

6.A Solo la seconda.

Entrambe. 6.B

6.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: A A D B A A