

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 1

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6

Risposta:

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massima del Problema di Cauchy $\begin{cases} \ddot{x} - \frac{d}{dt} \left(2 \frac{x}{t} \right) = 0 \\ x(1) = 1 \\ \dot{x}(1) = 4. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti

affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\varphi(t)}{t^2} = 3.$ (2) $\inf I = -\infty$

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.B** Solo la seconda.
1.C Entrambe. **1.D** Solo la prima.

2. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = 2x^4y + e^{3x+y}$. L'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente una funzione $\varphi: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, \varphi(x) > 0.$ (2) $x = 0$ è asintoto verticale per φ

2.A Solo la seconda. **2.B** Entrambe.
2.C Solo la prima. **2.D** Nessuna delle altre affermazioni è esatta.

3. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x \in [0, 1] \text{ e } y \in [0, x]\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y \leq 0\}$ e sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} xy & y > 0 \\ 2x^3y + y \arctan x & y \leq 0. \end{cases}$ Allora, $\iint_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

3.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta 1/4 **3.B**
3.C 1/8 1/16 **3.D**

4. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massima del Problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \arctan \frac{y^4 - 16}{y^4 + 16} \\ y(0) = y_0. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\exists y_0 \in \mathbf{R}$ tale che φ è strettamente crescente. (2) $\exists y_0 \in \mathbf{R}$ tale che φ è convessa su I .

4.A Entrambe. Solo la seconda. **4.B**
4.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.D**

5. Sia (X, d) uno spazio metrico, $A \subseteq X$ ed $f: X \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua su X . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f(A)$ sconnesso $\Rightarrow A$ sconnesso. (2) $f(A)$ compatto $\Rightarrow A$ compatto.

5.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**
5.C Entrambe. Solo la prima. **5.D**

6. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \frac{x^2 y \arctan(2y)}{(x^2 + y^2)(|x| + |y|)}$ per $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 0$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) f è derivabile parzialmente in $(0, 0)$. (2) f è differenziabile in $(0, 0)$.

6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **6.B**
6.C Solo la seconda. Entrambe. **6.D**

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: D A D A D B