

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 6

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda: 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 Risposta:

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{2\pi} \ 0 \leq y \leq 2 \ e \ x^2 + y^2 \geq 4\}$. Allora $\int \int_T xy \cos(x^2 + y^2) dx dy =$

- 1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta cos 4 - $\frac{1}{4}(1 - \sin 4)$ 1.B
 1.C $(1/4) - \sin 4 + \cos 4$ - sin 4 + $(1 - \cos 4)/4$ 1.D

2. Siano $k \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ e $f_k: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_k(x, y) = (-x \ln(e-1) - y - e^2)^k$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\forall k, f_k$ ammette al più un punto di massimo locale
 (2) $k = 12 \Rightarrow f_k$ ammette almeno un punto di massimo locale

- 2.A solo la seconda solo la prima 2.B
 2.C entrambe Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2.D

3. Sia $f \in \mathbf{C}^2(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$ una funzione che soddisfi alle ipotesi del Teorema della Funzione Implicita in un intorno di $(1, 2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $(f(x, y))^2 = 0$ definisce un'unica funzione implicita in un intorno di $(1, 2)$
 (2) $(f(x, y))^2 = 0$ soddisfa alle ipotesi del Teorema della funzione Implicita in un intorno di $(1, 2)$

- 3.A Entrambe Solo la prima 3.B
 3.C Solo la seconda Nessuna delle due 3.D

4. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e $f_\alpha: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodica data da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < 0 \\ \alpha & x = 0 \\ 3 & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

Allora la serie di Fourier associata a f_α converge puntualmente su \mathbf{R}

- 4.A se e solo se $1 \leq \alpha \leq 3$ $\forall \alpha$ 4.B

4.C per nessun α

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Sia A l'insieme di convergenza puntuale della successione $f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{2^{nx}} + \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{2^{h+1}}{5^h}$ e sia f il limite puntuale. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) A è illimitato
(2) f è continua su A

5.A Solo la prima

Entrambe 5.B

5.C Solo la seconda

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Siano (X, d) uno spazio metrico, x_* un punto di X ed $x: \mathbf{N} \rightarrow X$ una successione convergente a x_* . Allora, necessariamente:

6.A $x(\mathbf{N})$ è chiuso.

$x(\mathbf{N}) \cup \{x_*\}$ è connesso. 6.B

6.C Per n grande, $d(x_n, x_*) < 1/4$.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

7. Si consideri il Problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y - \sin x)^2 + 1 + \cos x \\ y(0) = 0 \end{cases}$ e sia A l'intervallo massimale su cui ne è definita la soluzione. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) A è aperto e limitato.
(2) A è illimitato.

7.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 7.B

7.C Solo la prima.

Entrambe. 7.D

8. Si consideri per $t \in \mathbf{R}$ e $x \in \mathbf{R}$ il Problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{|x-3||x+1|} \\ x(2) = x_0 \end{cases}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se $x_0 = 3$, le ipotesi del Teorema di Cauchy Globale sono soddisfatte.
(2) Se $x_0 = 1$, le ipotesi del Teorema di Cauchy Locale sono soddisfatte.

8.A Solo la seconda.

Solo la prima. 8.B

8.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

9. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ data da $f(x, y) = \begin{bmatrix} 2x - y \\ y^2 \\ \cos(xy) \end{bmatrix}$ e sia $g: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ differenziabile in $(0, 1, 1)$ con $g(0, 1, 1) = \begin{bmatrix} 1/2 \\ \pi \end{bmatrix}$

e $Dg(0, 1, 1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Sia $h = f \circ g$. Allora $\det Dh(0, 1, 1) =$

9.A -1

0 9.B

9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

π 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 6

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: D D B B A C C A B