

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 5

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:     1        2        3        4        5        6        7        8        9

Risposta:                            

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Nello spazio metrico  $\mathbf{C}^0([0,1];\mathbf{R})$  munito della distanza  $d_2(f,g) = \left(\int_0^1 |g(x) - f(x)|^2 dx\right)$  si consideri la suc-

$$cessione f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \left[0, \frac{1}{2} - \frac{1}{n}\right], \\ \sqrt{2nx + 2 - n} & \text{se } x \in \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{n}, \frac{1}{2}\right], \\ \sqrt{2 - 2nx + n} & \text{se } x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right], \\ 0 & \text{se } x \in \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{n}, 1\right] \end{cases} \text{ definita per } n \geq 2. \text{ Quale/i delle seguenti affermazioni}$$

è/sono certamente vera/e?

(1):  $\lim_{n \rightarrow +\infty} d_2(f_n, 0) = 0.$

(2):  $f_n \xrightarrow{u} 0$  su  $[0, 1].$

1.A Solo la seconda.

Solo la prima. **1.B**

1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. **1.D**

2. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2+y^2}{x} & \text{se } x > 0, \\ \sinh y & \text{se } x = 0, \\ \frac{|xy^3|}{2x^2+3y^2} & \text{se } x < 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente

vera/e?

(1): Esiste la derivata parziale  $\partial_y f(0,0).$

(2): Esiste finito il  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y).$

2.A Entrambe.

Solo la prima. **2.B**

2.C Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.D**

3. Al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , con  $\alpha < 0$ , in  $\mathbf{R}^2$  con la metrica euclidea, si consideri  $E_\alpha = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 : \alpha \leq y \leq \frac{-|x|}{1+|x|} \right\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1):  $\alpha \leq -1 \Rightarrow E_\alpha$  non è un compatto.

(2):  $E_\alpha$  è compatto  $\iff \alpha \in ]-1, 0[.$

3.A Solo la seconda.

Solo la prima. **3.B**

3.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica che per  $x \in [-\pi, \pi[$  è data da  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [-\pi, 0[ \\ \sin x & \text{se } x \in [0, \pi[. \end{cases}$  Siano  $a_k$  e  $b_k$  i coefficienti di Fourier di  $f$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) La serie di Fourier di  $f$  converge uniformemente a  $f$  su  $\mathbf{R}$ .

(2)  $a_0 + b_1 = \frac{2}{\pi} + \frac{1}{2}.$

- 4.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**  
 4.C Entrambe. Solo la seconda. **4.D**

5. Sia  $\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} \leq 1 \right\}$ . Allora  $\int \int_Q \left( \frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} \right)^\pi dx dy =$

- 5.A  $\frac{6\pi}{1+\sqrt{\pi}}$  **5.B**  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $\frac{6\sqrt{\pi}}{1+\sqrt{\pi}}$  **5.D**

6. Al variare di  $x_o \in \mathbf{R}$ , si consideri il Problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = \min \{ \arctan x, x^2 \} \\ x(0) = x_o \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Per ogni  $x_o \in \mathbf{R}$ , c'è un'unica soluzione definita su tutto  $\mathbf{R}$ .  
 (2) Per nessun  $x_o \in \mathbf{R}$ , la soluzione è stazionaria.

- 6.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**  
 6.C Solo la seconda. Entrambe. **6.D**

7. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = 2x^2 - 3y^3 + 2 \arctan(\cos x - 1)$  e sia  $\varphi$  la funzione tale che  $y = \varphi(x)$  equivalga a  $f(x, y) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) In un intorno di  $(0, 0)$ , il Teorema della Funzione Implicita assicura l'esistenza di  $\varphi$ .  
 (2)  $\varphi$  è univocamente definita su tutto  $\mathbf{R}$ .

- 7.A Solo la seconda. Solo la prima. **7.B**  
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **7.D**

8. Sia  $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} y'' + 6y' + 9y = 9x - 3 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1):  $\varphi$  ha un asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$ . (2):  $\varphi(2) = 1 + 2e^{-6}$ .  
 8.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **8.B**  
 8.C Solo la prima. Entrambe. **8.D**

9. Siano  $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 - xy + y^2 = 25\}$  e  $f: E \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \sinh \frac{x+y}{100}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ha un unico punto di massimo e  $\max f = \sinh(1/10)$ .  
 (2)  $f$  ammette due punti di minimo distinti.

- 9.A Solo la seconda. Solo la prima. **9.B**  
 9.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 5

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	B	C	C	B	A	A	D	B	