

**Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 4**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{xy}{1+x^2}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I$  è superiormente limitato.  
 (2)  $\lim_{x \rightarrow \sup I} \varphi(x) = +\infty$ .

1.A Entrambe. Solo la seconda. 1.B  
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. 1.D

2. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  data da  $f(x, y) = [|x+3|e^y, 2+y(3+x)]$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è globalmente invertibile.  
 (2) Per infiniti  $(x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$ ,  $f$  è localmente invertibile in  $(x_0, y_0)$ .

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 2.B  
 2.C Solo la seconda. Solo la prima. 2.D

3. Per  $\alpha > 1/3$ , sia  $f_\alpha: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + |y|^{3\alpha-1}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } y > 2x, \\ 2x^2 - 3y^4 & \text{se } y \leq 2x. \end{cases}$  Allora,  $f_\alpha$  è differenziabile in  $(0, 0)$  se e solo se

3.A  $\alpha \in ]1, 4[$ . Nessuna delle altre affermazioni è esatta 3.B  
 3.C  $\alpha > 1$ .  $\alpha \in ]1/3, 1[$ . 3.D

4. Sia  $X \subseteq \mathbf{R}^2$  l'insieme di definizione della funzione  $f(x, y) = \sqrt[4]{4 - (\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f(X) = [0, \sqrt{2}]$ .  
 (2)  $f$  ammette infiniti punti di massimo assoluto.

- 4.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**  
 4.C Solo la seconda. Entrambe. **4.D**

5. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \operatorname{sen}|x - y| & x \geq 0, y \geq 0 \\ x^2 \sinh y + 2 \operatorname{sen}(xy) & \text{altrimenti,} \end{cases}$  e siano  $R = [0, \pi/2] \times [0, \pi/4]$ ,  
 $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x < 0, x^2 + y^2 \leq \pi^2/16\}$ . Allora  $\int \int_{R \cup C} f(x, y) dx dy =$

- 5.A  $\pi + 1/2$ .  $-1 + \pi/2$ . **5.B**  
 5.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta  $(\pi - 1)/2$ . **5.D**

6. Siano  $X = \mathbf{C}^0([0, 2]; \mathbf{R})$ ,  $\varphi, \psi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  date da  $\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0, 1[ \\ x - 1 & x \in [1, 2] \end{cases}$  e  $\psi(x) = x^2$ . Sia inoltre, per ogni  $f, g \in X$ ,

$$d(f, g) = \sup_{x \in [0, 1]} |g(x) - f(x)| + \int_1^2 |g(x) - f(x)| dx.$$

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $d$  è una distanza su  $X$ .  
 (2)  $d(\varphi, \psi) = 17/6$

- 6.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **6.B**  
 6.C Solo la seconda. Entrambe. **6.D**

7. Siano  $f_n, g_n, f: [-1, 4] \rightarrow \mathbf{R}$  tali che  $f_n \xrightarrow{p} f$  su  $[-1, 4]$  e  $g_n \xrightarrow{u} 0$  su  $[-1, 4]$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f_n g_n \xrightarrow{p} 0$  su  $[-1, 4]$ . (2)  $\left| \frac{f_n g_n}{3 + |f_n|} \right| \xrightarrow{u} 0$  su  $[-1, 4]$ .

- 7.A Entrambe. Solo la seconda. **7.B**  
 7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **7.D**

8. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale di  $\begin{cases} \dot{x} = (3 - x)(\arctan x)^2 \\ x(0) = 2. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $I \neq \mathbf{R}$ . (2)  $\varphi$  è convessa su  $I$ .

- 8.A Entrambe. Solo la prima. **8.B**  
 8.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

9. Sia  $R$  il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(1+n)} (x-2)^n$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $R = 1$ .  
 (2) L'insieme di convergenza della serie è  $[1, 3]$ .

- 9.A Solo la seconda. Entrambe. **9.B**  
 9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	C	D	B	D	A	D	D	