

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 2

Matricola:

Cognome: Nome:

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano $f, g \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$ e $\varphi = f \circ g$ tali che

$$g(1, 2, 0) = (2\pi, 5, -1) \quad D\varphi(1, 2, 0) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \quad Df(2\pi, 5, -1) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Allora:

1.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta trDg(1, 2, 0) = 0 **1.B**

1.C trDg(1, 2, 0) = -10/3 trDg(1, 2, 0) = 3 **1.D**

2. Per $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$, sia $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f_n(x) = \begin{cases} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{9n} - 1 & \text{se } x > 0 \\ \arctan(nx) + n \operatorname{sen} \frac{x}{n} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$. Sia f il limite puntuale di f_n . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $f_n \xrightarrow{u} f$ su \mathbf{R} . (2) $\int_{-1}^1 f(x) dx < e^9/9$.

2.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **2.B**

2.C Solo la seconda. Solo la prima. **2.D**

3. In \mathbf{R}^2 munito della metrica Euclidea, sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \leq \exp x\}$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) A è completo. (2) A è compatto.

3.A Entrambe. Solo la seconda. **3.B**

3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **3.D**

4. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione 2π -periodica che per $x \in [-\pi, \pi[$ vale $f(x) = \max\{0, 1 - 2|x|/\pi\}$. Sia \mathcal{F} la somma della serie di Fourier di f e siano a_k, b_k i coefficienti di Fourier di f . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) $\mathcal{F}(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (2) $a_3 + b_{10} + a_6 = \frac{1}{\pi}$.

- 4.A Solo la prima. Entrambe. 4.B
 4.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Data $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ con $n \geq 1$, siano $\varphi: [-2, 2] \rightarrow \mathbf{R}^n$ e $\psi: [-1, 1] \rightarrow \mathbf{R}^n$ soluzioni dell'equazione differenziale $\dot{x} = f(x)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f Lipschitziana su $\mathbf{R}^n \Rightarrow \varphi = \psi$ su $[-1, 1]$. (2) f lineare $\Rightarrow \varphi + \psi$ risolve $\dot{x} = f(x)$ su $[-1, 1]$.

- 5.A Entrambe. Solo la seconda. 5.B
 5.C Solo la prima Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Sia $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione massimale di $\begin{cases} y' - \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} = \frac{y}{x} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -1. \end{cases}$ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) $\varphi(1) = 1 - e$. (2) I è inferiormente illimitato.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. 6.B
 6.C Entrambe. Solo la prima. 6.D

7. Sia T_1 il triangolo di vertici $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 0)$ e sia T_2 il triangolo di vertici $(1, 0)$, $(0, -1)$, $(0, 0)$. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \max\{x^2, x^2 + 2y\}$. Allora $\int \int_{T_1 \cup T_2} f(x, y) dx dy =$

- 7.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2 7.B
 7.C 1 1/2 7.D

8. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ data da $f(x, y) = \sinh(y^4 + x^3 - 4y^2 - 3x^2)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f ammette due punti distinti di massimo relativo.
 (2) f ammette due punti distinti di minimo relativo.

- 8.A Entrambe. Solo la prima 8.B
 8.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.D

9. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ data da $f(x, y) = ((x + 2)^2 + y, 2x - 3y + 1)$. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) f soddisfa alle ipotesi del Teorema della Funzione Inversa in infiniti punti di \mathbf{R}^2 .
 (2) f è globalmente invertibile su \mathbf{R}^2 .

- 9.A Solo la seconda. Solo la prima. 9.B
 9.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 2

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	C	C	D	A	B	D	D	C	B	