

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 1

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Risposta:	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = \arctan \frac{y^4-16}{y^4+16} \\ y(0) = y_0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\forall y_0 \in \mathbf{R}, \varphi$  è strettamente crescente.                      (2)  $\exists y_0 \in \mathbf{R}$  tale che  $\varphi$  è convessa su  $I$ .

1.A Solo la seconda. Solo la prima. **1.B**  
 1.C Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, y \in [0, 1] \text{ e } x \in [0, y]\}$ ,  $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } x \leq 0\}$  e sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \begin{cases} xy & x > 0 \\ 2xy^3 + x \arctan y & x \leq 0. \end{cases}$  Allora,  $\iint_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

2.A 1/8 Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**  
 2.C 1/4 1/16 **2.D**

3. Data  $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ , si consideri  $\sum_{n=1}^{+\infty} f(x/n)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se la serie converge puntualmente su  $[50, 60] \Rightarrow f(0) = 0$ .  
 (2) Se  $f'(0) = 0 \Rightarrow$  la serie converge puntualmente su  $\mathbf{R}$ .

3.A Solo la prima. Entrambe. **3.B**  
 3.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.D**

4. Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $A \subseteq X$  ed  $f: X \rightarrow \mathbf{R}$  una funzione continua su  $X$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $A$  sconnesso  $\Rightarrow f(A)$  sconnesso.                      (2)  $f(A)$  compatto  $\Rightarrow A$  compatto.

4.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **4.B**

4.C Solo la prima.

Entrambe. 4.D

5. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y'' - \frac{d}{dx} \left( 2 \frac{y}{x} \right) = 0 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 4. \end{cases}$$
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad \inf I = -\infty \qquad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\varphi(x)}{x^2} = 3.$$

5.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B

5.C Entrambe.

Solo la seconda. 5.D

6. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  e  $f_n: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \begin{cases} 0 & x \in ]-\infty, n] \cup [n+2, +\infty[ \\ n^\alpha x - n^{\alpha+1} & x \in ]n, n+1[ \\ n^\alpha(2+n-x) & x \in [n+1, n+2[. \end{cases}$  Sia  $f$  il limite puntuale di  $f_n$ , ove definito. Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad \forall \alpha \in \mathbf{R}, f_n \xrightarrow{u} f \text{ su } \mathbf{R}. \qquad (2) \quad \text{Per infiniti } \alpha \in \mathbf{R}, \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbf{R}} f_n(x) dx = \int_{\mathbf{R}} f(x) dx.$$

6.A Solo la seconda.

Solo la prima. 6.B

6.C Entrambe.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.D

7. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \frac{xy^2 \arctan(2x)}{(x^2 + y^2)(|x| + |y|)}$  per  $(x, y) \neq (0, 0)$  e  $f(0, 0) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad f \text{ è derivabile parzialmente in } (0, 0). \qquad (2) \quad f \text{ è differenziabile in } (0, 0).$$

7.A Solo la seconda.

Entrambe. 7.B

7.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. 7.D

8. Siano  $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$  e  $f: C \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = x + y^2$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad (\max f)/(\min f) = -5/4. \qquad (2) \quad (\max f) - (\min f) = 9/4.$$

8.A Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 8.B

8.C Entrambe.

Solo la seconda. 8.D

9. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = 2x^4y + e^{3x+y}$ . L'equazione  $f(x, y) = 0$  definisce implicitamente una funzione  $\varphi: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

$$(1) \quad x = 0 \text{ è asintoto verticale per } \varphi \qquad (2) \quad \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, \varphi(x) > 0.$$

9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Solo la prima. 9.B

9.C Entrambe.

Solo la seconda. 9.D

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 17/18 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	A	D	A	B	D	A	D	C	B	