

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 4**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                       

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale, con  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  e  $1 \in \mathring{A}$ .  
 Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\begin{cases} \dot{x} = f(5x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale
- (2)  $\begin{cases} \dot{x} = 5f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale

- 1.A Entrambe. Solo la seconda. **1.B**  
 1.C Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **1.D**

2. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema  $\begin{cases} (1+t^2)\ddot{x} + 2t\dot{x} = 2/t^3 \\ x(1) = 1 \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 1. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \varphi(t) = +\infty$ .
- (2)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \varphi(t) = -3$ .

- 2.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **2.B**  
 2.C Solo la seconda. Entrambe. **2.D**

3. Sia  $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0, |x| \leq y^2\}$ . Allora  $\iint_T (2 \cos(2y) \sinh(4x) + 3y + \pi y \arctan x) dx dy =$

3.A 2 Nessuna delle altre affermazioni è esatta **3.B**  
 3.C  $7/2$   $2 + \ln(\pi/4)$  **3.D**

4. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $E$  un sottoinsieme di  $X$  ed  $f: X \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x) = d(x, E)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $E$  limitato  $\Rightarrow f$  limitata.
- (2)  $f$  è Lipschitz.

- 4.A Entrambe. Solo la prima. 4.B  
 4.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.D

5. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3+3y^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(2x+y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\alpha < 2 \Rightarrow f$  è continua su  $\mathbf{R}^2$ .  
 (2)  $f$  è derivabile in  $(0, 0) \iff \alpha < 2$ .

- 5.A Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.B  
 5.C Entrambe. Solo la prima. 5.D

6. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \arctan(2\ln(x^2 + 1) + 3\sin^2 y)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette infiniti punti di minimo assoluto.  
 (2)  $f$  ammette infiniti punti di sella.

- 6.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta 6.B  
 6.C Entrambe. Solo la seconda. 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A: B A C C A C