

**Analisi Matematica – Ingegneria Informatica**  
**Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 1**

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6

Risposta:                       

Per ognuna delle 6 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 4 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1\}$ ,  $B = [2, 4] \times [-1, 1]$  e  $f(x, y) = \begin{cases} y^2 \sin x + \exp\left(\frac{x^2}{4} + y^2\right) & \text{se } x \leq 2 \\ x \sinh y + x e^y & \text{se } x > 2 \end{cases}$ .

Allora,  $\int \int_{A \cup B} f(x, y) dx dy =$

- 1.A  $2\pi + 6e$  2π(e - 1) + 6(e - e<sup>-1</sup>)    1.B  
 1.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2π(e - 2) + 6(e<sup>2</sup> - 1)    1.D

2. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(x^2 + 3y^4) + y^3 + \alpha x + \beta}{x - 1 + y^2} & \text{se } (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus A \\ 0 & \text{se } (x, y) \in A \end{cases}$ , con  $A = \{(0, 0)\} \cup \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x + y^2 = 1\}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(1, 0) \Leftrightarrow \alpha = -\beta$ .  
 (2)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(0, 0) \Leftrightarrow \alpha > 0$ .

- 2.A Solo la prima. Entrambe.    2.B  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda.    2.D

3. Siano  $x_n$  ed  $y_n$  due successioni nello spazio metrico  $(X, d)$  tali che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} d(x_n, y_n) = 0$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1) Se  $x_n$  è convergente allora anche  $y_n$  è convergente.  
 (2) Se  $x_n$  è limitata, anche  $y_n$  è limitata.

- 3.A Solo la seconda. Entrambe.    3.B  
 3.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima.    3.D

4. Sia  $\varphi$  la soluzione massimale del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 3 \sin y - 2 \cos y \\ y(0) = 0 \end{cases}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\varphi$  è definita su  $\mathbf{R}$  ed è strettamente crescente.  
 (2)  $\varphi$  ammette un unico zero.

4.A Solo la seconda.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 4.B

4.C Solo la prima.

Entrambe. 4.D

5. Sia  $\varphi$  la soluzione massimale del Problema di Cauchy  $\begin{cases} y^{(iv)} - y'' = x - 1 \\ y(0) = y'''(0) = 1 \\ y'(0) = y''(0) = 0. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni

è/sono certamente vera/e?

(1)  $\varphi$  è definita su  $\mathbf{R}$  e ammette asintoti obliqui sia a  $+\infty$ , sia a  $-\infty$ .

(2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$  e  $\varphi(1) = \frac{1}{2}(e - 3/e) + \frac{1}{3}$

5.A Solo la seconda.

Entrambe. 5.B

5.C Solo la prima.

Nessuna delle altre affermazioni è esatta 5.D

6. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = 2y - x e^y - 1$ . (Qui "TFI" significa Teorema della Funzione Implicita.). Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) TFI si applica in  $(x_o, y_o)$  se e solo se  $x_o < 0$  e  $y_o$  è scelto opportunamente.

(2)  $\{(x_o, y_o) \in \mathbf{R}^2 : f(x_o, y_o) = 0 \text{ ma TFI non si applica in } (x_o, y_o)\} \neq \emptyset$

6.A Solo la prima.

Solo la seconda. 6.B

6.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta

Entrambe. 6.D

Analisi Matematica – Ingegneria Informatica  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 1

Risposte esatte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Compito A:    B  C  B  A  A  B