

# Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni

## Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 4

Matricola:

Cognome: ..... Nome: .....

Domanda:    1        2        3        4        5        6        7        8        9

Risposta:                                   

Per ognuna delle 9 domande sono suggerite 4 risposte, una sola esatta. 5 risposte esatte assicurano la sufficienza.

1. Sia  $A \subseteq \mathbf{R}$  l'insieme di convergenza puntuale della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{2 + \ln x}{1 + \ln x} \right)^n$ . Sia data, dove definita, la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1}{n} e^{x/n} - \frac{1}{n+1} e^{x/(n+1)} \right). \text{ Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?}$$

(1)  $\lim_{x \rightarrow \inf A} f(x) = -\infty.$                       (2)  $\lim_{x \rightarrow \sup A} f(x) = +\infty.$

1.A Entrambe. Nessuna delle altre affermazioni è esatta    1.B  
 1.C Solo la seconda. Solo la prima.    1.D

2. Sia  $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, |y| \leq x^2\}$ . Allora  $\iint_T (2 \cos(2x) \sinh(4y) + 2x + \pi x \arctan y) dx dy =$

2.A  $7/3$  7    2.B  
 2.C Nessuna delle altre affermazioni è esatta 2 + ln( $\pi/4$ )    2.D

3. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$  e  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3 + 3y^2}{\sqrt{|x+y|^\alpha}} & \text{se } x \neq -y, \\ -1 + \exp(2x + y) & \text{se } y = -x. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1)  $f$  è derivabile in  $(0, 0) \iff \alpha < 2.$   
 (2)  $\alpha < 2 \Rightarrow f$  è continua su  $\mathbf{R}^2.$

3.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta    3.B  
 3.C Solo la seconda. Entrambe.    3.D

4. Siano  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$  ed  $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f_n(x) = \alpha x - \frac{x^{2n}}{n!} \cos(\pi x)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

(1) Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) dx.$   
 (2) Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f'_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow +\infty} f'_n(x) dx.$

- 4.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la seconda. **4.B**  
 4.C Solo la prima. Entrambe. **4.D**

5. Sia  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x, y) = \arctan(4 \sin^2 y + 3 \ln(x^2 + 1))$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  ammette infiniti punti di minimo assoluto.  
 (2)  $f$  ammette infiniti punti di sella.

- 5.A Solo la prima. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **5.B**  
 5.C Entrambe. Solo la seconda. **5.D**

6. Siano  $(X, d)$  uno spazio metrico,  $E$  un sottoinsieme di  $X$  ed  $f: X \rightarrow \mathbf{R}$  data da  $f(x) = d(x, E)$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è Lipschitz. (2)  $X$  limitato  $\Rightarrow f$  limitata.

- 6.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Entrambe. **6.B**  
 6.C Solo la seconda. Solo la prima. **6.D**

7. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale, con  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  e  $1 \in \mathring{A}$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\begin{cases} \dot{x} = f(3x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale  
 (2)  $\begin{cases} \dot{x} = 3f(x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$  soddisfa alle ipotesi del Teorema di Cauchy Locale

- 7.A Entrambe. Solo la prima. **7.B**  
 7.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **7.D**

8. Sia  $\varphi: I \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione massimale del problema  $\begin{cases} (1+t^2)\ddot{x} + 2t\dot{x} = 2/t^3 \\ x(1) = 1 \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 1. \end{cases}$  Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \varphi(t) = -3$ . (2)  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \varphi(t) = +\infty$ .

- 8.A Solo la prima. Entrambe. **8.B**  
 8.C Solo la seconda. Nessuna delle altre affermazioni è esatta **8.D**

9. Sia  $f \in \mathbf{C}^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R})$  tale che  $\partial_x f(x, y) = e^y$  e  $\partial_y f(x, y) = xe^y + 3$ . Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono certamente vera/e?

- (1)  $f$  è univocamente determinata e  $f(2, 0) = 2$ .  
 (2) è necessariamente vero che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x, x) = +\infty$ .

- 9.A Nessuna delle altre affermazioni è esatta Solo la prima. **9.B**  
 9.C Entrambe Solo la seconda. **9.D**

Analisi Matematica 2 - Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni  
Facoltà di Ingegneria, Brescia, A.A. 16/17 - Scritto n. 4

Risposte esatte:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Compito A:	B	A	A	D	C	B	C	C	D	